

Qui in seguito sono proposti alcuni esercizi (raccolti per tipologia) su questi argomenti visti a lezione. Potete trovare ulteriori esercizi in materiale didattico on-line, nell'a.a. 2014/15 (Esercizi 11-14).

14.1) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy relativi a equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili:

$$\text{i)} \quad \begin{cases} y'(x) = \frac{x+2}{x+1}y(x) \\ y(1) = 3; \end{cases} \quad \text{ii)} \quad \begin{cases} ye^{2x} - (1 + e^{2x})y'(x) = 0 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

14.2) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del primo ordine:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & y'(x) - 3y(x) = e^x; \\ \text{ii)} \quad & y'(x) - xy(x) = e^x(-x + 1); \\ \text{iii)} \quad & y'(x) + (x + 3)y(x) = y(x) + x + 2; \\ \text{iv)} \quad & y'(x) - y(x) = \sin x. \end{aligned}$$

14.3) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy relativi a equazioni differenziali lineari del primo ordine:

$$\text{i)} \quad \begin{cases} y'(x) = -\frac{2y(x)}{x} + x^3 \\ y(1) = 1; \end{cases} \quad \text{ii)} \quad \begin{cases} y'(x) = 2xy(x) + x^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

14.4) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti ed omogenee:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & y''(x) - 4y(x) = 0; \\ \text{ii)} \quad & y''(x) + 4y'(x) = 0; \\ \text{iii)} \quad & y''(x) - 2y'(x) + 5y(x) = 0; \\ \text{iv)} \quad & y''(x) + 2y(x) = 0; \\ \text{v)} \quad & y''(x) + 4y'(x) + 4y(x) = 0. \end{aligned}$$

14.5) Determinate l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti e completi:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & y''(x) + 4y(x) = x^2; \\ \text{ii)} \quad & y''(x) + y(x) = 3 \cos x; \\ \text{iii)} \quad & y''(x) + y(x) = 3 \sin 2x; \\ \text{iv)} \quad & y''(x) + y'(x) = x^2 + x + 1; \\ \text{v)} \quad & y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 2e^{\alpha x} \text{ al variare di } \alpha \in \mathbf{R}. \end{aligned}$$

14.6) Scrivete un'equazione differenziale lineare del secondo ordine omogenea a coefficienti costanti che abbia le seguenti coppie come soluzioni:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & y_1(x) = \sin 2x \quad y_2(x) = \cos 2x; \\ \text{ii)} \quad & y_1(x) = e^x \sin \sqrt{3}x \quad y_2(x) = e^x \cos \sqrt{3}x; \\ \text{iii)} \quad & y_1(x) = 1 \quad y_2(x) = x; \\ \text{iv)} \quad & y_1(x) = e^{-2x} \quad y_2(x) = e^{3x}. \end{aligned}$$

14.7) Risolvete i seguenti problemi di Cauchy relativi a equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti e completi:

$$\text{i)} \quad \begin{cases} y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 2e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1; \end{cases} \quad \text{ii)} \quad \begin{cases} y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 2e^x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$