Esercizi dei Tutor
Settimana 6

Michelle Galli, Marco Girardi, Alberto Ibrisevic,
Augusto Marcon, Angelo Valente

30 ottobre 2019

Esercizio 1: Siano $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{se } x<0 \\ -x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x<1 \\ -1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Determinare le espressioni delle funzioni composte $f \circ g$, $g \circ g$.

Esercizio 2: Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$ i valori per i quali le funzioni $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}\arctan\left(\frac{1}{x}\right) + \alpha & \text{se } x>0 \\ 1 & \text{se } x=0 \\ \frac{\sin x}{x} & \text{se } x<0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} \frac{\arctan(\sin(2x))}{4x-2\sin(3x)} & \text{se } x \neq 0 \\ \beta & \text{se } x=0 \end{cases}$$

sono continue in 0.
Allora il prodotto $\alpha \cdot \beta$ è uguale a:

$\boxed{\text{a}}\ \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\boxed{\text{b}}\ -\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\boxed{\text{c}}\ 1$ $\qquad$ $\boxed{\text{d}}\ -1$

Esercizio 3: Determinare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{2^{n\alpha}\arctan(n)}{(2^{3n}-1)n}$$

Esercizio 4 Calcolare i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\log x}{x-1}$ $\quad$ *b)* $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(\sin(\sin x))}{x}$ $\quad$ *c)* $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$ $\quad$ *d)* $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{x}}$ $\quad$ *f)* $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} x^{\frac{1}{x}}$ $\quad$ *g)* $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{e^{-x}}{x^2+2}$ $\quad$ *h)* $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} (|x|-x)^{\frac{1}{x}}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+\sin x)}{x}$ $\quad$ *j)* $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$