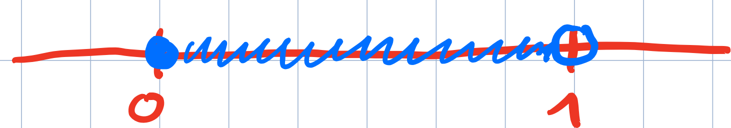
1Esercit. 24/09

- Logica
- Insiemistica
- sottoinsiemi in $\mathbb{R}^2$
- Disequazioni
- Inf/sup di un insieme discreto

Dire se le seg. proposizioni sono vere/false motivando la decisione. Scrivere la negazione

(1) $\forall x \in [0,1[\,, \exists y \in [0,1[\,: x < y$



È vera. Basta prendere la media tra x e 1, $y = \frac{x+1}{2}$

Neg. $\exists x \in [0,1[\,: \forall y \in [0,1[\,, x \geq y$
è falso

Quindi $[0,1[$ non ha massimo

(2) $\exists y \in [0,1[\,: \forall x \in [0,1[\,, x \leq y$

1 è equivalente alla neg. di (1).

(3) $\exists y \in \mathbb{R} : \forall x \in [0,1[\,,\ x \leq y$

È vera. Basta prendere $y = 1$ opp. $y = 1{,}1$ opp. ....

Quindi esiste estremo superiore.

Neg. $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in [0,1[: x > y$ è falsa. ■

Siano $A = \{x \in \mathbb{R} : -x^2 - 2x + 3 > 0\}$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x+1} \leq 2\right\}$$

- Rappr. graficamente sulla retta reale
- Dire se sono limitati, se esistono inf e sup, se esistono minimi/massimi

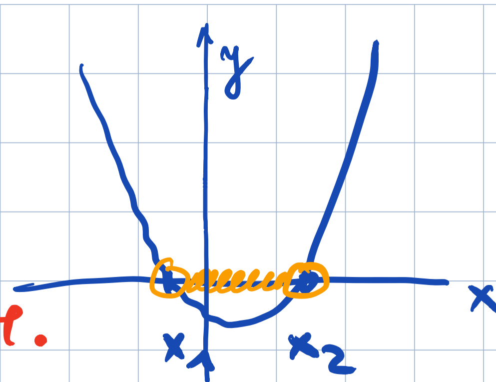
Soluzioni: algebrica / tramite grafici

$x^2 + 2x - 3 < 0$

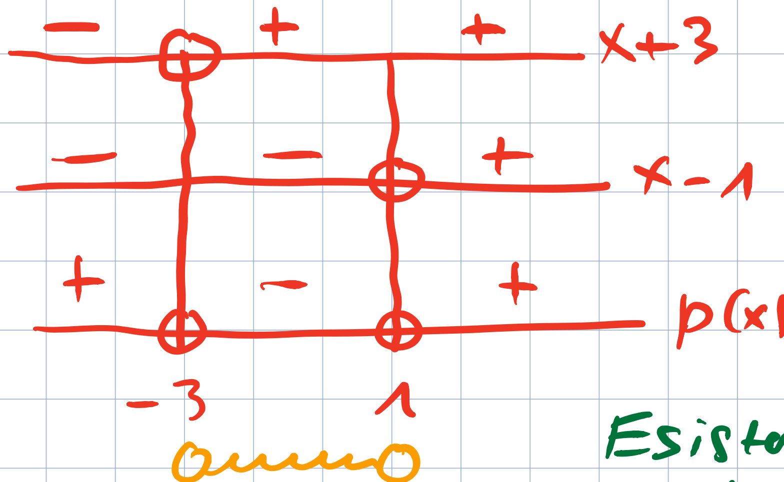
$$\begin{cases} y = x^2 + 2x - 3 \\ y < 0 \end{cases}$$

$S =]-3, 1[$

Risolvo $x^2+2x-3=0$
per i zeri



Studio del segno:
Scomposizione del pol.
$(x+3)(x-1)<0$



Esistono $\inf A=-3$
$\sup A=1$

Non ci stanno min/max.

Per B posso altrettanto usare grafici

1°) $\frac{1}{x+1}<0$ se $\boxed{x<-1}$

$\Rightarrow \frac{1}{x+1}\leq 2$

2°) $\frac{1}{x+1}>0$ se $x>-1$

$\Rightarrow \frac{1}{x+1}\leq 2 \iff x+1\geq \frac{1}{2}$

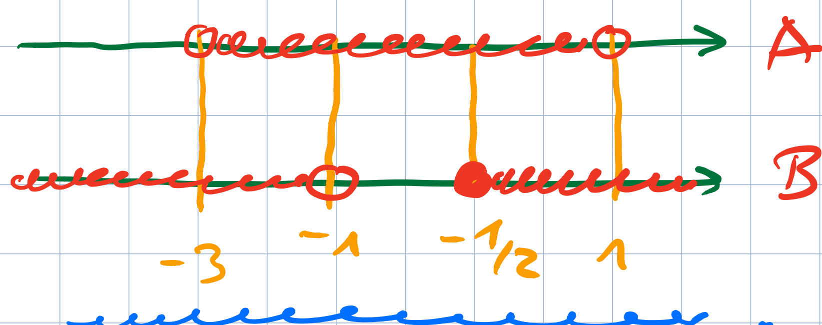
E) $\boxed{x \geq -\frac{1}{2}}$

$$B = \{ x \in \mathbb{R} : x < -1 \lor x \geq -\tfrac{1}{2} \}$$

$$=]-\infty, -1[\cup [-\tfrac{1}{2}, +\infty[$$

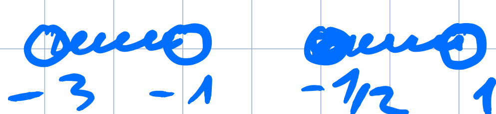
- Non è limitato
- non $\exists$ $\inf B$, $\sup B$
- non $\exists$ min / max

- Determinare $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$
- —"— $A \times A$, $A \times B$



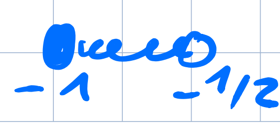
$A \cup B = \mathbb{R}$

$A \cap B$

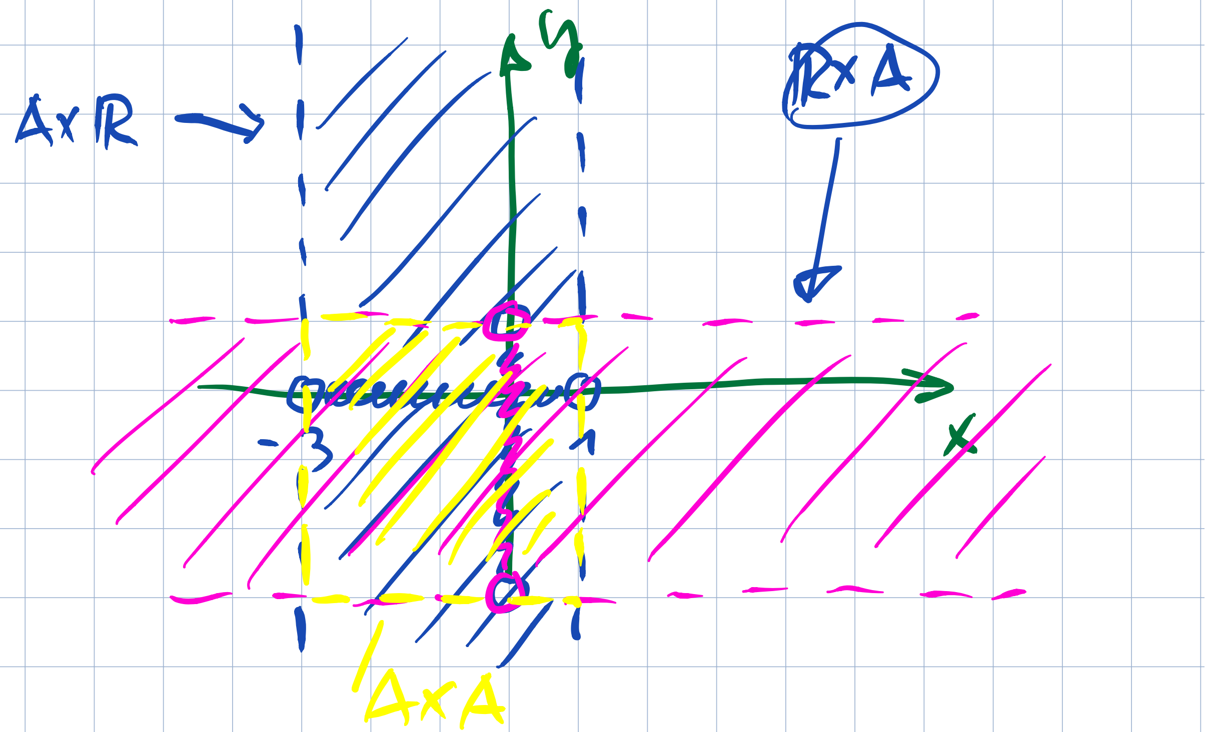


$]-3,-1[\cup [-\frac{1}{2}, 1[$

$[-1, -\frac{1}{2}[$



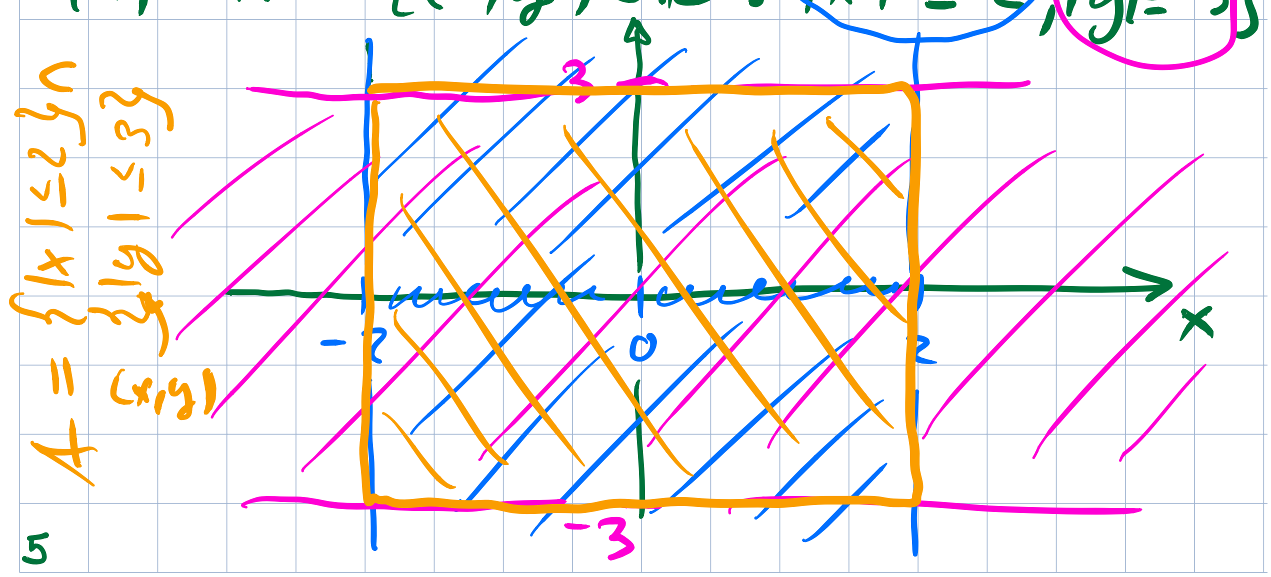
$A \setminus B$



A×B a casa

Alcuni sottoinsiemi di $\mathbb{R}^2$

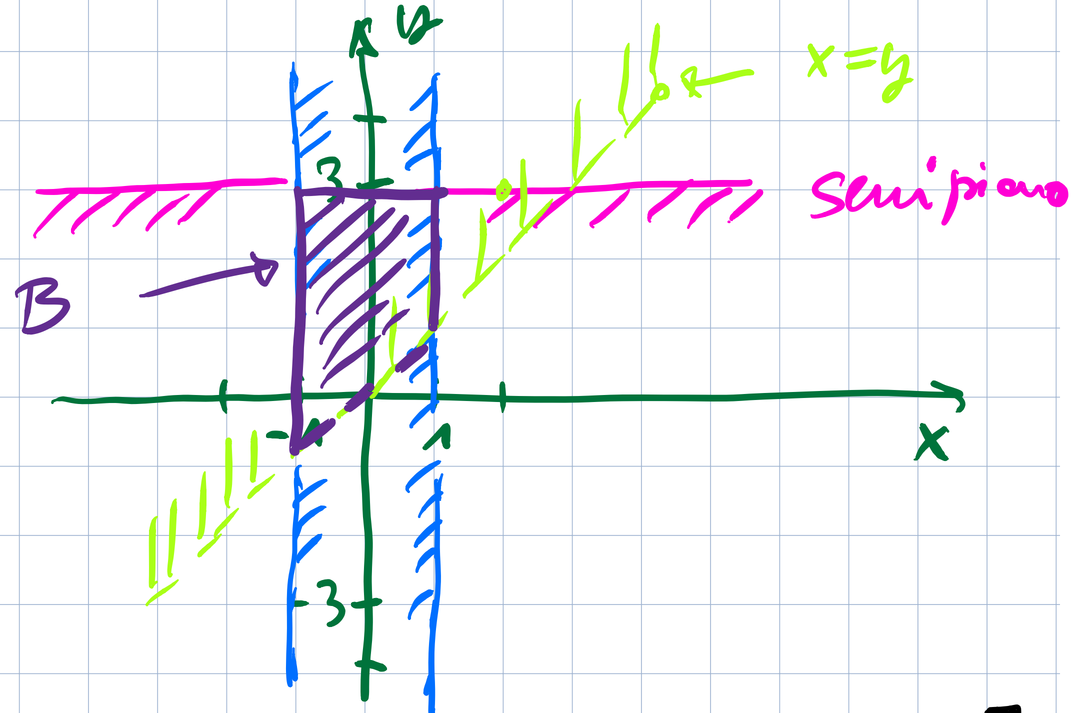
(1) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq 3\}$



(12) $B = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : |x|\le 1, \; x<y\le 3\}$

$= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : -1\le x\le 1$ e $x<y$ e $y\le 3\}$

Intersezione di 3 sottoinsiemi di $\mathbb{R}^2$

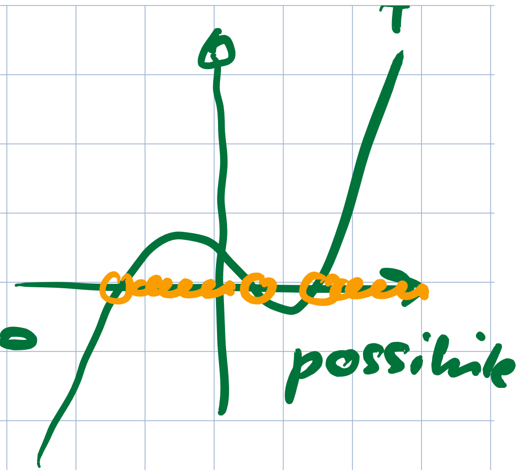


• $x^3 - 2x + 4 > 0$ (raz. intera)

Per polinomi di grado dispari ci sono sempre soluzioni sia per equazioni con "$=0$" che diseq.

con „ >0"

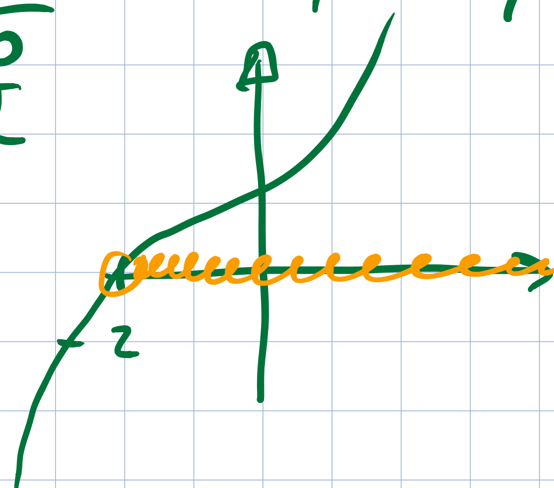
Sol.: trovare i zeri di x^3-2x+4 e scomporre e studio di segno.



„Indovinare $x_1=-2$" e avanti con Ruffini...

$$(x+2)(\underbrace{\underbrace{x^2\ldots\ldots}_{\text{non si scompone qui}}}_{>0})$$

$$S=\,]-2,+\infty[$$



$\square$

- $$\frac{3x^2-15x+18}{x^2-6x+8}\geq 0$$

metodo: scomposizione del N. e D.

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-4)}\geq 0$$

! non semplificare !!!

E avanti con studio del segno

	2		3		4		
−	0	+		+			$x-2$ (N)
−		−	0	+		+	$x-3$ (N)
−	0	+		+		+	$x-2$ (D)
−		−		−	0	+	$x-4$ (D)
+	0	+	0	−	0	+	N/D

$$S =]-\infty, 2[\cup]2,3] \cup]4,+\infty[$$

//

- $x-2 > \sqrt{x^2-6x+8}$ (irraz.)

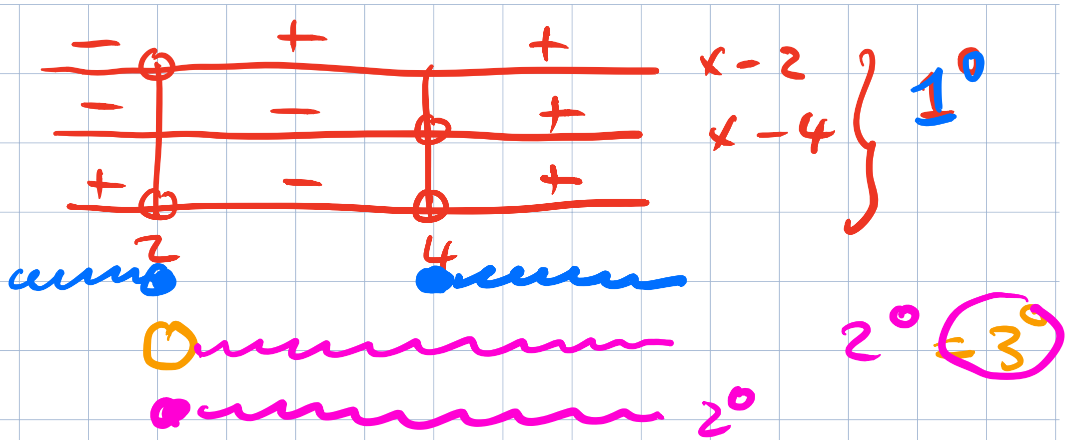
Sistema risol. per radici pari

$$\begin{cases} x^2-6x+8 \geq 0 & \leftarrow \text{cond. di esistenza} \\ x-2 \geq 0 \\ (x-2)^2 > x^2-6x+8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)(x-4) \geq 0 & 1^\circ \text{ st. del segno} \\ x-2 \geq 0 & 2^\circ \\ \cancel{x^2}-4x+4 > \cancel{x^2}-6x+8 \end{cases}$$

$$2x-4 > 0$$

$$\iff x-2 > 0$$



$S' = [4, +\infty[$