

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
CdL IN INFORMATICA - CdL IN ING. INFORMATICA, DELLE COMUNICAZIONI ED ELETTRONICA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1
A.A. 2019-2020 — TRENTO, 25 GIUGNO 2020

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.

È OBBLIGATORIO RIPORTARE LE RISPOSTE DEI PRIMI 10 ESERCIZI SUL FOGLIO PRESTAMPATO.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Non usate il colore rosso.

a1) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 2| \leq 0\}$. Rappresentate graficamente A e dite se A è un intervallo.

Risposta:

a2) Rappresentate graficamente nel piano complesso gli $z \in \mathbb{C}$ tali che $\text{Im}z \geq 1$ e $\arg z = \frac{\pi}{4}$.

Risposta:

a3) Rappresentate nel piano cartesiano l'insieme $E \times F$, dove $E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x\}$ e $F = [-1, 1]$.

Risposta:

a4) Risolvete la disequazione $\arcsin(2x - 1) \geq 0$.

Risposta:

a5) Calcolate $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log n^3}{\log(n^2 + 1)}$.

Risposta:

a6) Determinate $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $f(x) = x^3 - \alpha x$ abbia un punto critico in $x = 1$.

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente la funzione $f(x) = |x| \sin x$ in un intorno di $x = 0$.

Risposta:

a8) Calcolate l'area della regione limitata E del piano cartesiano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = -x^2 + 2x$ e l'asse delle ascisse.

Risposta:

a9) Dite se il seguente integrale $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sin^2 x} dx$ risulta convergente o no.

Risposta:

a10) Calcolate la somma della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} 3^{-n}$.

Risposta:

b1) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, risolvete in \mathbb{C} l'equazione $z\bar{z} - z + ia = 0$.

b2) i) Studiate (dominio, segno, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, continuità, derivabilità/non-derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità) della funzione

$$f(x) = \sqrt{|x|} - x.$$

Tracciate un grafico qualitativo della funzione f .

ii) Tracciate un grafico qualitativo della funzione $g(x) = \log(f(x))$ e un grafico qualitativo della funzione $h(x) = e^{f(x)}$.

b3) Determinate i valori reali di α per i quali

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \arctan \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{n} - \frac{\alpha}{6n^2}}{(\sin \frac{1}{\sqrt{n}})^4}$$

esiste finito e diverso da zero.

b4) i) Discutete la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-3}} dx.$$

ii) Usando la definizione calcolate il suo valore.

b5) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - 2y = xe^{3x} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

b6) i) Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. f si dice *iniettiva su* $[0, 1]$ se ...

ii) Scrivete la formula e la dimostrazione della derivata del prodotto di due funzioni derivabili.
