

1) siano $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(\log(\sqrt{x+1}))}{\log(\sin x)}$ $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \log\left(\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}\right)$

Oss. che $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(\log(\sqrt{x+1}))}{\log(\sin x)} = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$

Vogliamo risolvere questo limite applicando il teorema di de l'Hôpital.

Oss. che

$$\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{\frac{1}{\log(\sqrt{x+1})} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{\sin x} \cdot \cos x} = \frac{\sin x}{2[\log(\sqrt{x+1})](\sqrt{x+1})\sqrt{x} \cos x}$$

$$= \frac{\sin x}{2x} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\log(\sqrt{x+1})} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1}{\cos x} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(\log(\sqrt{x+1}))}{\log(\sin x)} = \frac{1}{2}$, ossia $\underline{\underline{a = \frac{1}{2}}}$.

D'altra parte $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \log\left(\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}\right) = \infty \cdot 0$.

Notiamo che $x^2 \log\left(\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}\right) = \frac{x^2}{2} \log\left(\frac{x^2+2-1}{x^2+2}\right) = \frac{x^2}{2} \log\left(1 - \frac{1}{x^2+2}\right)$

$$= \frac{x^2}{2} \left(-\frac{1}{x^2+2} + o\left(\frac{1}{x^2+2}\right)\right) \text{ per } x \rightarrow +\infty.$$

Risulta allora

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \log\left(\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}\right) = -\frac{1}{2}$, ossia $\underline{\underline{b = -\frac{1}{2}}}$.

Quindi $a+b=0$.

Risposta: (a).



2) $\lambda \in \mathbb{R}$, $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{|\log(\cos \frac{1}{n})|^\lambda}{\sqrt{n^3+n^2} - \sqrt{n^3+n}} = a_n$

Notiamo che $a_n = \frac{\log\left(1 + \left(\cos \frac{1}{n} - 1\right)\right)^\lambda}{\sqrt{n^3+n^2} - \sqrt{n^3+n}} \cdot \frac{\sqrt{n^3+n^2} + \sqrt{n^3+n}}{\sqrt{n^3+n^2} + \sqrt{n^3+n}}$

Ricordando che $\log(1+t) = t + o(t)$ per $t \rightarrow 0$ e

$$\cos \frac{1}{n} - 1 = \cancel{1} - \frac{1}{2n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right) - \cancel{1} = -\frac{1}{2n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right) \text{ per } n \rightarrow +\infty$$

possiamo scrivere

$$a_n = \frac{\left| -\frac{1}{2n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right) \right|^\alpha \cdot n^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} \right)}{n^2 - n}$$

$$\sim \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha \cdot 2 \cdot \frac{1}{n^{2\alpha - \frac{3}{2} + 2}} \text{ per } n \rightarrow +\infty.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

Poiché $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ è una serie armonica generalizzata che è convergente se e solo se $2\alpha + \frac{1}{2} > 1 \Leftrightarrow \alpha > \frac{1}{4}$, per il criterio del confronto asintotico la serie data è convergente se e solo se $\alpha > \frac{1}{4}$. $\square$

Risposta: (a).

3) $(a_n)_n$ una successione di nr. reali positivi.

i) Se la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ è convergente, allora $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$ è convergente.

VERO!

Infatti $|(-1)^n a_n| = |a_n| = a_n$ poiché $a_n > 0 \quad \forall n$.

Per il criterio del confronto risulta allora che $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$ è assolutamente convergente, e quindi convergente.

ii) Se la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{n}$ è convergente, allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente.

FALSO!

Basta prendere $a_n = \frac{1}{n}$. Sappiamo che $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} \cdot n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$ è convergente, mentre $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ è una serie divergente positiva.

Risposta: (b). $\square$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^n n!}{(2n)!} \right) = a_n$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1} (n+1)!}{(2n+2)!} \cdot \frac{(2n)!}{n^n n!} =$$

$$= \frac{(n+1)^n (n+1) (n+1)!}{(2n+2)(2n+1)(2n)!} \cdot \frac{(2n)!}{n^n n!} = \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n (n+1)(n+1)}{(2n+2)(2n+1)} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{e}{4} < 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi^n n!}{(2n)^n} \right) = a_n$$

$$\begin{aligned} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \frac{\pi^{n+1} (n+1)!}{(2n+2)^{n+1}} \cdot \frac{(2n)^n}{\pi^n n!} = \\ &= \frac{\pi \cdot \pi \cdot (n+1) n!}{2 \cdot 2^n (n+1)^n (n+1)} \cdot \frac{2^n n^n}{\pi^n n!} = \frac{\pi}{2 \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{2e} < 1. \end{aligned}$$

Quindi entrambe le serie convergono per il criterio del rapporto.

Risposta: (d).

□

5) Sia $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ $F(x) = \int_x^{x^2} f(t) dt$

Allora $F(1) = \int_1^1 f(t) dt = 0$. Oss. che grazie al teorema fondamentale

del calcolo integrale e la derivata della funzione composta abbiamo che

$$F'(x) = \left(\int_x^{x^2} f(t) dt \right)' = f(x^2) \cdot (x^2)' - f(x) \cdot (x)' = 2x f(x^2) - f(x)$$

e quindi $F'(1) = 2f(1) - f(1) = f(1)$.

Inoltre da $F'(x) = 2x f(x^2) - f(x)$ segue, essendo $f \in \mathcal{C}^1$, che

$$F''(x) = 2f(x^2) + 4x^2 f'(x^2) - f'(x) \text{ e quindi } F''(1) = 2f(1) + 4f'(1) - f'(1)$$

ossia $F''(1) = 3f'(1) + 2f(1)$.

Poiché il polinomio di Taylor di F di ordine 2 centrato in 1 è

definito da $P_{2,1}(x) = F(1) + F'(1)(x-1) + \frac{F''(1)}{2}(x-1)^2$ si ha

$$P_{2,1}(x) = 0 + f(1)(x-1) + \frac{3f'(1) + 2f(1)}{2}(x-1)^2.$$

Risposta: (a).

□

6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funzione concava, ossia $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, \forall \lambda \in [0,1]$ si ha

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2).$$

i) La funzione $x \mapsto f(-x)$ è concava su $\mathbb{R}$. (V)

Poniamo $g(x) \doteq f(-x)$. Siano $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ qualsiasi, $\lambda \in [0,1]$ qualsiasi

$$\begin{aligned} g(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) &= f(\lambda(-x_1) + (1-\lambda)(-x_2)) \geq \lambda f(-x_1) + (1-\lambda)f(-x_2) = \\ &= \lambda g(x_1) + (1-\lambda)g(x_2). \end{aligned}$$

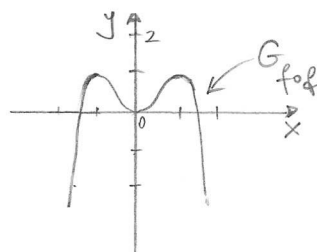
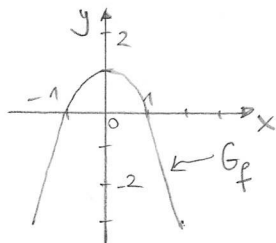
$\uparrow$
f concava

Quindi g è concava su $\mathbb{R}$, ossia la funzione $x \mapsto f(-x)$ è concava su $\mathbb{R}$.

ii) $\forall a > 0$ la funzione $x \mapsto af(x)$ è concava su $\mathbb{R}$. (V) (dim. come i)

iii) La funzione composta $f \circ f$ è concava su $\mathbb{R}$. (F).

Basta prendere, per es., $f(x) = -x^2 + 1$. Allora f è concava, ma $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = -(-x^2 + 1)^2 + 1 = -x^4 + 2x^2 = -x^2(x^2 - 2)$ non è concava su $\mathbb{R}$!



Risposta: (c).



$$7) \alpha \in \mathbb{R} \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x} |x - 4x^{-1}|^{\alpha/2}} dx.$$

$$\text{Sia } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} |x - \frac{4}{x}|^{\alpha/2}} = \frac{x^{\alpha/2}}{\sqrt{x} |x^2 - 4|^{\alpha/2}} = \frac{x^{\alpha/2}}{\sqrt{x} |x-2|^{\alpha/2} |x+2|^{\alpha/2}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}} |x-2|^{\alpha/2} |x+2|^{\alpha/2}}.$$

Si ha che f è continua e positiva su $]0, 2[\cup]2, +\infty[$.

Oss. che

$$\text{per } x \rightarrow 0^+ \quad f(x) \sim \frac{1}{x^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}} 2^{\alpha}} = \frac{1}{2^{\alpha} x^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}}}$$

$$\text{per } x \rightarrow 2 \quad f(x) \sim \frac{1}{2^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}} |x-2|^{\alpha/2} 4^{\alpha/2}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2}} |x-2|^{\alpha/2}}$$

$$\text{per } x \rightarrow +\infty \quad f(x) \sim \frac{1}{x^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}} x^{\alpha}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2}}}$$

$$\text{Poiché } \left. \begin{aligned} \int_0^1 \frac{1}{x^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}}} dx < +\infty &\iff \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} < 1 \\ \int_1^2 \frac{1}{|x-2|^{\alpha/2}} dx < +\infty &\iff \frac{\alpha}{2} < 1 \\ \int_2^3 \frac{1}{|x-2|^{\alpha/2}} dx < +\infty &\iff \frac{\alpha}{2} < 1 \\ \int_3^{+\infty} \frac{1}{x^{\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2}}} dx < +\infty &\iff \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2} > 1 \end{aligned} \right\} \iff 1 < \alpha < 2$$

per il criterio del confronto asintotico segue che l'integrale dato risulta convergente se e solo se $1 < \alpha < 2$.

Risposta: (d).



8) $\int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 x f'(x) dx = 0$ è nient'altro che la formula di integrazione per parti per una funzione $f \in \mathcal{C}^1([0,1])$ qualsiasi soddisfacente $f(1)=0$. Infatti

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 1 \cdot f(x) dx = [x f(x)]_0^1 - \int_0^1 x f'(x) dx \\ &= f(1) - 0 \cdot f(0) - \int_0^1 x f'(x) dx. \end{aligned}$$

Risposta: (c).



9) Sia $A = \int_1^e \frac{1}{2x + |\log^2 x - 2|x|} dx$.

Abbiamo

$$\begin{aligned} \int_1^e \frac{1}{2x + |\log^2 x - 2|x|} dx &= \int_0^1 \frac{1}{2 + |t^2 - 2|} dt \quad \begin{matrix} \log x = t \\ x = e^t \\ dx = e^t dt \end{matrix} \quad t \in [0,1] \\ &= \int_0^1 \frac{1}{2 + |t^2 - 2|} dt = \int_0^1 \frac{1}{4 - t^2} dt = \int_0^1 \frac{1}{(2-t)(2+t)} dt \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 \left[\frac{1}{2-t} + \frac{1}{2+t} \right] dt = \frac{1}{4} \left(-\log(2-t) \Big|_0^1 + \log(2+t) \Big|_0^1 \right) \\ &= \frac{1}{4} [\log 2 + \log 3 - \cancel{\log 2}] = \underline{\underline{\frac{\log 3}{4}}}. \end{aligned}$$

Risposta: (b).



10) $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad F(x) = \int_0^x \frac{|\cos t|}{1+t^2} dt \quad f(t) = \frac{|\cos t|}{1+t^2} \quad t \in \mathbb{R}.$

i) $F(0)=0$; f è pari segue F è dispari.

Infatti, $\forall x \in \mathbb{R}, \quad F(-x) = \int_0^{-x} f(t) dt = - \int_0^x f(-t) dt = - \int_0^x f(t) dt = -F(x)$



ii) $F \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, grazie al teorema fond. del calcolo integrale essendo $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$.

iii) $0 \leq f(t) = \frac{|\cos t|}{1+t^2} \leq \frac{1}{1+t^2} \quad \forall t \in \mathbb{R}$; in particolare risulta che

$\exists$ finito $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$, poichè $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t^2} dt < +\infty$ e per il criterio del confronto anche $\int_0^{+\infty} f(t) dt < +\infty$.

Poichè F è dispari, anche $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$ risulta finito.

Quindi $y = a$ con $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ è l'asintoto orizz. per F , per $x \rightarrow +\infty$;

$y = -a$ è l'eq. dell'asintoto orizz. per F , per $x \rightarrow -\infty$.

iv) Abbiamo per il TFC che $F'(x) = f(x) = \frac{|\cos x|}{1+x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Risulta che $x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ sono tutti pt. in cui $F'(x) = 0$.

Quindi nei pt. $(x_k, F(x_k))$ abbiamo tangente orizzontale al grafico di F . Inoltre sono tutti punti di flesso; infatti F' si annulla in questi punti, mentre è positiva altimenti. $\square$

Risposta: (d).

11) $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\alpha} \int_{x-x^2}^x \arctan t^2 dt$.

Abbiamo $\frac{\int_{x-x^2}^x \arctan t^2 dt}{\frac{x^{-\alpha}}{g(x)}} = \frac{f(x)}{g(x)}$

Cerchiamo di applicare de l'Hôpital. Oss. che

$$\begin{aligned} \frac{f'(x)}{g'(x)} &= \frac{\arctan x^2 - (1-2x) \arctan(x-x^2)^2}{\alpha x^{\alpha-1}} = \frac{x^2 + o(x^3) - (1-2x) \arctan(x^2 - 2x^3 + o(x^3))}{\alpha x^{\alpha-1}} \\ &= \frac{x^2 + o(x^3) - (1-2x)(x^2 - 2x^3 + o(x^3))}{\alpha x^{\alpha-1}} = \frac{x^2 + o(x^3) - x^2 + 2x^3 + 2x^3 + o(x^3)}{\alpha x^{\alpha-1}} \\ &= \frac{4x^3 + o(x^3)}{\alpha(x^{\alpha-1})}. \end{aligned}$$

Allora per $\alpha=4$ esiste finito $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f'(x)}{g'(x)}$, e per il teorema di de l'Hôpital $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-4} \int_{x-x^2}^x \arctan t^2 dt = 1$.

Risposta: (d)

$\square$

Notiamo che $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx = \int \underbrace{\frac{1}{x^2}}_{f'} \underbrace{\operatorname{arctg} x}_g dx = -\frac{1}{x} \operatorname{arctg} x + \int \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1+x^2} dx$

$$= -\frac{1}{x} \operatorname{arctg} x + \int \left[\frac{1}{x} - \frac{x}{1+x^2} \right] dx = -\frac{1}{x} \operatorname{arctg} x + \log|x| - \frac{1}{2} \log(1+x^2) + c,$$

$c \in \mathbb{R}.$

Quindi

$$A = \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx = \lim_{M \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{x} \operatorname{arctg} x + \log x - \frac{1}{2} \log(1+x^2) \right]_1^M$$

$$= \lim_{M \rightarrow +\infty} \left[-\frac{\operatorname{arctg} M}{M} + \log M - \frac{1}{2} \log(1+M^2) + \operatorname{arctg} 1 + \frac{1}{2} \log 2 \right]$$

$$= \operatorname{arctg} 1 + \frac{\log 2}{2} \quad \log \frac{M}{\sqrt{1+M^2}} \xrightarrow{M \rightarrow +\infty} \log 1 = 0$$

$$= \underline{\underline{\frac{\pi}{4} + \frac{\log 2}{2}}} = \underline{\underline{\frac{\pi}{4} + \log \sqrt{2}}}.$$

Risposta: (c).

□

13) Quale dei seq. pblm. di Cauchy ha una soluzione illimitata inferiormente su $]-\infty, 1[$?

(a) $\begin{cases} y' = y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

$$\int \frac{y'}{y^2} dx = \int 1 dx$$

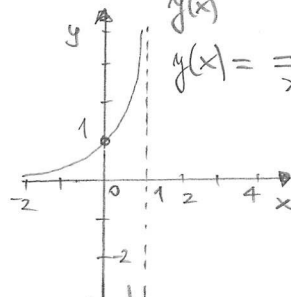
$$\Rightarrow -\frac{1}{y(x)} = x + c$$

$$y(x) = \frac{1}{x+c}$$

$$y(0) = 1 \Leftrightarrow c = -1$$

$$y(x) = -\frac{1}{x-1}$$

su $]-\infty, 1[$



illimitata superiormente!!

(b) $\begin{cases} y' = y^2 \\ y(0) = -1 \end{cases}$

$$\int \frac{y'}{y^2} dx = \int 1 dx$$

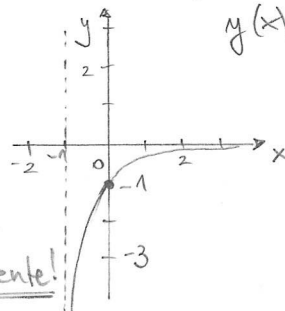
$$\Rightarrow -\frac{1}{y(x)} = x + c$$

$$y(x) = -\frac{1}{x+c}$$

$$y(0) = -1 \Leftrightarrow c = 1$$

$$y(x) = -\frac{1}{x+1}$$

su $]-1, +\infty[$



illimitata inferiormente!

$$(c) \begin{cases} y' = -y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

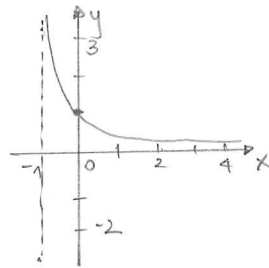
$$\int \frac{y'}{y^2} dx = - \int 1 dx \Rightarrow -\frac{1}{y(x)} = -x + c$$

$$y(x) = \frac{1}{x-c} \quad y(0) = 1 \Leftrightarrow c = -1$$

$$y(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$m] -1, +\infty [$$

illimitata superiormente



$$(d) \begin{cases} y' = y^2 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

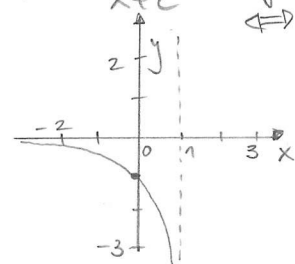
$$\int \frac{y'}{y^2} dx = \int 1 dx \Rightarrow -\frac{1}{y(x)} = x + c$$

$$y(x) = -\frac{1}{x+c} \quad y(0) = -1 \Leftrightarrow c = 1$$

$$y(x) = -\frac{1}{x+1}$$

$$m] -\infty, 1 [$$

illimitata inferiormente



Risposta: (d).

14) $y' = \frac{y}{x} + x \arctan x$ eq. diff. lineare del 1° ordine

$$\begin{cases} y' = a(x)y + b(x) \\ a(x) = \frac{1}{x} \\ b(x) = x \arctan x \end{cases} \begin{cases} \text{continue} \\ m] 0, +\infty [\end{cases}$$

Dalla formula risolutiva otteniamo

$$\begin{aligned} y(x) &= e^{\log x} \left(c + \int x \arctan x e^{\log(\frac{1}{x})} dx \right) \\ &= x \left(c + \int \frac{1}{x} \arctan x dx \right) = x \left(c + \int \arctan x dx \right) \\ &= x \left(c + x \arctan x - \frac{1}{2} \int \frac{2x}{1+x^2} dx \right) \\ &= x \left(c + x \arctan x - \frac{1}{2} \log(1+x^2) \right) \end{aligned}$$

Determiniamo $\hat{y}$: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{cx + x^2 \arctan x - \frac{x}{2} \log(1+x^2) - 2 \sin x}{x^3}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{cx + x^3 + o(x^3) - \frac{x^3}{2} + o(x^3) - 2x + \frac{2x^3}{3!} + o(x^3)}{x^3}$$

Questo limite esiste finito $\Leftrightarrow c = 2$. Quindi $\hat{y}(x) = 2x + x^2 \arctan x - \frac{x}{2} \log(1+x^2)$.

Il limite risulta $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

Risposta: (c).

15) $y'' + y = 0$ L'eq. caract. associata è $z^2 + 1 = 0$, $z = \pm i$

Quindi l'integrale generale dell'eq. diff. omogenea data è

$$\underline{y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x}, \quad C_1, C_2 \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Oss. che se $\alpha = 1$, oppure $\alpha = -1$ si trova una soluzione particolare della forma $\bar{y}(x) = x(\bar{a} \cos x + \bar{b} \sin x)$ con $\bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{R}$ da determinare

imponendo che $\bar{y}$ sia soluzione dell'eq. $y'' + y = \cos x$

Risulta $\bar{y}'(x) = \bar{a} \cos x + \bar{b} \sin x + x(-\bar{a} \sin x + \bar{b} \cos x)$

$$\bar{y}''(x) = -\bar{a} \sin x + \bar{b} \cos x - \bar{a} \sin x + \bar{b} \cos x + x(-\bar{a} \cos x - \bar{b} \sin x)$$

Allora $\bar{y}''(x) + \bar{y}(x) = \cos x \iff -2\bar{a} \sin x + 2\bar{b} \cos x = \cos x$

$$\iff \begin{cases} 2\bar{b} = 1 & \bar{b} = \frac{1}{2} \\ \bar{a} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{y}(x) = \frac{1}{2} x \sin x.$$

Risulta allora, nel caso $\alpha = 1$, $\alpha = -1$, che l'integrale generale

dell'eq. $y'' + y = \cos(\alpha x)$ è dato da $\underline{y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2} x \sin x}$,
funzione illimitata su $\mathbb{R}$. (Fenomeno di risonanza!!)

Oss. per rispondere alla domanda non è necessario determinare esplicitamente $\bar{y}$!

□

Risposta: (c).