

## **Obiettivi e risultati di apprendimento attesi**

Essi possono essere riassunti come segue:

- Conoscenza e capacità di comprensione
- Capacità di applicare conoscenza e comprensione
- Autonomia di giudizio
- Abilità comunicative
- Capacità di apprendimento

In particolare, gli/le studenti/esse devono :

- raggiungere una conoscenza approfondita degli argomenti di base dell'Analisi matematica, come il calcolo differenziale e integrale per le funzioni di una variabile reale, e acquisire la capacità di utilizzare un linguaggio matematico corretto sia nello svolgimento di esercizi che nell'esposizione di dimostrazioni.
- acquisire capacità di ragionamento induttivo e deduttivo e la capacità di schematizzare in termini rigosi semplici problemi derivanti dalla fisica e geometria.
- essere in grado di riconoscere la correttezza di semplici dimostrazioni e di produrre semplici dimostrazioni; essere in grado di individuare i metodi più appropriati per analizzare ed affrontare problemi risolvibili con le tecniche acquisiti.
- essere in grado di esporre argomenti legati all'Analisi matematica con un linguaggio corretto.
- essere in grado di acquisire autonomamente e gestire nuove informazioni inerenti a tecniche e problemi legati all'Analisi Matematica.

## **Prerequisiti**

Geometria euclidea piana e spaziale. Elementi di geometria analitica: equazioni di rette e piani.

I polinomi. Operazioni con i polinomi. Funzioni elementari e i loro grafici: potenze, esponenziali e logaritmi.

Trigonometria piana: funzioni seno, coseno e tangente e i loro grafici

(vedi, per esempio, F.G. Alessio, C. de Fabritiis, C. Marcelli, P. Montecchiari:

"Matematica zero. Per i precorsi e i test di ingresso a Ingegneria e Scienze", Pearson 2016).

## **Contenuti/programma del corso**

Il programma dettagliato del corso è disponibile sulla pagina web del corso all'indirizzo <http://latemar.science.unitn.it/defranceschi>

*Logica e Insiemistica.* Proposizioni, predicati, connettivi logici. Quantificatori. Terminologia sugli insiemi. Insiemi numerici.

*Numeri reali.* Ordinamento e non-numerabilità. Maggiorante, minorante, massimo, minimo. Estremo superiore/inferiore. La completezza dei numeri reali.

Il principio di induzione.

*Numeri complessi:* forma algebrica, trigonometrica e esponenziale. Potenze e radici complesse.

*Funzioni generiche e funzioni reali di una variabile reale.* Funzione, dominio, immagine, grafico.

Funzioni reali di una variabile reale e alcune proprietà (monotonia, simmetria, periodicità). Funzioni elementari e loro grafici. Funzioni limitate, estremo superiore/inferiore, massimo/minimo. Funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva. Funzione restrizione e funzione composta. Funzione inversa e il suo grafico. Operazioni con le funzioni. Trasformazioni. Equazioni e disequazioni: metodo grafico.

*Studio di proprietà locali di funzioni reali di una variabile reale.*

*Limite.* Limite di una funzione e di una successione. Proprietà elementari dei limiti. Limite di funzioni monotone. Convergenza e limitatezza. Teorema di permanenza del segno. Teorema del confronto. Funzioni infinitesime e infinite. Limiti notevoli. Infiniti, infinitesimi e confronti. Il simbolo  $o(.)$  e il simbolo  $\sim$ . Asintoti.

*Continuità.* Definizione e proprietà elementari. Punti di discontinuità. Teorema di esistenza degli zeri e teorema dei valori intermedi. Continuità delle funzioni inverse. Teorema di Weierstrass.

*Calcolo differenziale.* Retta tangente; derivata. Derivata destra e sinistra; punti di non derivabilità. Derivabilità e continuità. Regole di derivazione. Derivate delle funzioni elementari. Derivazione della funzione composta e della funzione inversa. Estremi locali. Teorema di Fermat. Teorema di Rolle e il teorema del valor medio (di Lagrange) e applicazioni. Monotonia e derivata. Teorema di Cauchy. Teorema di de l'Hopital. Derivate successive. Convessità/concavità e derivata seconda. Studio di funzione. Polinomio di Taylor. Formula di Taylor con resto di Peano (con resto di Lagrange, con resto integrale) e sue applicazioni.

*Serie numeriche.* Successioni e sommatorie. Serie numeriche e proprietà elementari. Serie geometrica, serie armonica e serie armonica generalizzate. Condizioni necessarie di convergenza di una serie.

*Serie numeriche a termini positivi.* Criterio di convergenza: criterio del confronto, del confronto asintotico, della radice e del rapporto.

*Serie a termini di segno variabile.* Convergenza assoluta, criterio della convergenza assoluta.

*Serie a termine di segno alterno.* Criterio di Leibniz.

Serie di funzioni. Convergenza puntuale.

*Serie di potenze* e raggio di convergenza. Serie di Taylor. Sviluppi in serie di Taylor di funzioni elementari.

*Calcolo integrale.* Integrale ed area. Integrale di Riemann. Proprietà dell'integrale. Funzione di Dirichlet. Classi di funzioni integrabili. Teorema della media integrale. Funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Studio di funzioni integrali. Funzione primitiva e integrale indefinito. Teorema di Torricelli-Barrow.

Integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali.

*Cenno agli integrali impropri.* Criteri di convergenza: criterio del confronto e del confronto asintotico. Criterio di assoluta integrabilità in senso improprio.

*Equazioni differenziali. Linearità e non-linearità.*

Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili.

Equazioni differenziali lineari del primo ordine.

Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti (omogenee e non-omogenee).

### **Esercizi:**

- Estremo superiore/inferiore di un sottoinsieme di  $\mathbf{R}$  e di funzioni a valori reali
- Iniettività/suriettività di funzioni di variabile reale. Funzione inversa e funzione composta
- Principio di induzione
- Numeri complessi: calcoli algebrici, risoluzione di equazioni in  $\mathbf{C}$ , radici n-esime e potenze. Rappresentazione grafica di semplici regioni del piano complesso individuate da equazioni o disequazioni
- Limiti di funzioni. Ordine di infinitesimo o di infinito. Comportamento asintotico
- Teorema degli zeri o del valor intermedio: esistenza di soluzioni di equazioni
- Continuità e derivabilità. Punti di non continuità e di non derivabilità. Derivate delle funzioni elementari. Equazione retta tangente/normale al grafico di una funzione in un punto del suo grafico
- Max/min di una funzione (uso del teorema di Fermat e i test di monotonia per trovare punti di massimo/minimo locale di una funzione e per determinarne la natura). Studio di funzioni o di una famiglia di funzioni di variabile reale dipendente da un parametro
- Studio del carattere di una serie (convergenza o non convergenza) usando i criteri di convergenza
- Limiti usando de l'Hopital e gli sviluppi di Taylor delle funzioni elementari
- Integrali. Integrali definiti o primitive di funzioni elementari con l'uso, se necessarie, delle formule di integrazione per parti, per sostituzioni. Integrale di funzioni razionali semplici
- Area di semplici regioni piane. Volume di un solido di rotazione
- Andamento e rappresentazione grafica di semplici funzioni integrali
- Integrali impropri. Studio della convergenza di un integrale improprio usando i criteri di convergenza
- Equazioni differenziali. Problema di Cauchy

### **Metodi Didattici utilizzati e attività di apprendimento richieste allo/alla studente/esse.**

Il corso è articolato in lezioni frontali svolte dal docente, in cui viene esposta la teoria e viene applicata a svariati esempi e alla risoluzione di esercizi. Per tutto il tempo, per quanto possibile, lo/la studente/essa viene coinvolto e stimolato a partecipare attivamente. Se la situazione medico-sanitaria nazionale non permette di svolgere le

lezioni frontali in presenza, esse saranno svolte in remoto. Saranno comunque disponibili sul sito del corso le registrazioni delle lezioni.

Un terzo delle lezioni frontali è tenuto da un esercitatore la cui cura è unicamente lo svolgimento di esercizi illustrativi ed esempi sugli argomenti trattati a lezione, soffermandosi sulle difficoltà via via manifestate dagli/dalle studenti/esse, che in questo modo saranno più portati a svolgere in maniera profonda ed attiva il loro lavoro personale.

Affiancati ad esercizi standard ci saranno sempre esercizi più complessi (anche teorici) la cui risoluzione richiederà maggiore rielaborazione da parte dello/a studente/essa. Questo per cercare nello stesso tempo di avere una parte di training sui vari argomenti e di essere meno schematici e più creativi.

Gli esercizi saranno simili a quelli presenti nelle prove scritte d'esame.

Per stimolare la partecipazione attiva degli/delle studenti/esse, fondamentale per una adeguata comprensione della materia, il corso mette a loro disposizione anche un sito web dove vengono inserite puntualmente le informazioni di carattere generale, fogli di esercizi sui temi trattati e le rispettive soluzioni con svolgimento (almeno per quelli fondamentali), con il consiglio di guardare queste ultime solo come verifica di quanto da loro svolto o come ultima possibilità nel caso non riuscissero ad affrontarli. Lo svolgimento è anche una guida di come si richiede a loro lo svolgimento nelle verifiche d'esame.

Sul sito ci sono anche le note del corso, in modo che lo/la studente/essa possa confrontare e rivedere i propri appunti. Anche se è fortemente consigliato la consultazione dei libri consigliati, le note sono importanti, poiché descrivono a grandi linee ciò che si vuole che lo/la studente/essa apprenda.

Inoltre il docente e l'esercitatore auspicano e sono disponibili per ricevimento studenti. Esiste anche un ricevimento studenti collettivo settimanale tenuto da tutors, studenti/esse più grandi e laureati/e che mettono a disposizione il loro tempo per aiutare gli/le studenti/esse nello svolgimento degli esercizi proposti dal docente/esercitatori o proposti da loro, per ogni eventuale richiesta o difficoltà che lo/la studente/essa incontri nel corso.

Se la situazione medico-sanitaria nazionale non permette di svolgere queste attività in presenza, esse saranno svolte in remoto usando il client ZOOM. Saranno comunque disponibili le registrazioni delle lezioni.

Come negli a.a. passati, anche quest'anno sarà attiva una piattaforma online (PIAZZA) dove il docente mette esercizi su tutti gli argomenti trattati nel corso e gli/le studenti/esse possono interagire tra loro scrivendo anche in linguaggio matematico: chi propone una soluzione, chi un'altra, chi chiede aiuto e chi lo dà. Il

docente o gli esercitatori intervengono solo dopo un certo tempo per confermare, correggere o aiutare sugli esercizi scelti o dubbi segnalati dagli/dalle studenti/esse.

In definitiva, l'atteggiamento è tutto in funzione di un apprendimento efficace e molto personale dello/a studente/essa che, pur sentendosi spronato ed assistito è lasciato però libero di strutturare il suo percorso come meglio creda.

### **Metodi di accertamento e criteri di valutazione**

La modalità di accertamento delle conoscenze e competenze acquisite consiste nell'esame finale, dato da una prova scritta.

Tale prova scritta della durata di circa 3 ore si divide in due parti.

La prima consta di 10 esercizi (di breve risoluzione), che spaziano sui vari argomenti del corso. Alcuni di essi o anche tutti potrebbero essere quesiti a scelta multipla.

Questa parte fa da "soglia": a chi non risponde correttamente ad almeno 6 domande non verrà corretto il resto del compito ed il suo esame sarà considerato insufficiente.

La seconda parte consta di 3 o più esercizi che possono riguardare qualunque argomento del corso e dei quali si chiede lo svolgimento dettagliato. Tali esercizi possono essere anche di tipo teorico e riguardare domande di teoria (per esempio, la richiesta di una definizione o l'enunciato di un teorema e la sua dimostrazione, scelta tra una lista di dimostrazioni da sapere).

Il compito viene corretto in maniera molto dettagliata, dando ad ogni esercizio uno specifico punteggio, nel quale la correttezza concettuale influisce maggiormente di un mero errore di conto.

Il risultato, se positivo, sarà certificato con firma digitale.

Durante l'anno si svolgono cinque appelli nei periodi fissati dal Consiglio di Dipartimento.

Sono previste anche delle prove intermedie (simili alle prove scritte) svolte durante il periodo di lezione, che, se sufficienti, sostituiscono la prova scritta finale.

Come in tutti gli altri appelli, lo/la studente/essa può accettare l'esito o dichiarare invece di voler sostenere nuovamente l'esame.

Si specifica che durante gli scritti non è permesso l'uso di libri, formulari, calcolatrici o appunti, così come qualsiasi device elettronico. Le modalità d'esame verranno comunque comunicate in maniera dettagliata sia a voce durante il corso che sul sito.

### **Testi di riferimento/Bibliografia**

Note delle lezioni sono disponibili sul sito <http://latemar.science.unitn.it/defranceschi>

Possono essere utili anche le note delle lezioni del corso di Analisi Matematica 1 dell' a.a. 2019/20 disponibili sul medesimo sito.

a) C.D. Pagani, S. Salsa: Analisi matematica 1. Zanichelli, Milano 2015.

b) M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa: Analisi matematica 1. Zanichelli, Milano 2012.

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa: Analisi matematica 2. Zanichelli, Milano 2015.

I testi indicati in b) sono meno ampi e approfonditi a quelli in a)

Altri libri di utile consultazione sono:

c) M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli: Analisi Matematica. Seconda Edizione, McGraw-Hill, 2011.

F. Conti, P. Acquistapace, A. Savojni: Analisi matematica, Teoria e applicazioni, McGraw-Hill, 2003.

M. Giaquinta, G. Modica: Analisi Matematica 1. Funzioni di una variabile, Pitagora Editrice, Bologna 1999.

G. Prodi: Lezioni di Analisi Matematica vol.1 e vol. 2, Boringhieri, 1972.

Eserciziari:

- Fogli di esercizi assegnati durante il corso

- S. Salsa, A. Squellati: Esercizi di Analisi Matematica 1, Zanichelli, Milano 2012

- S. Salsa, A. Squellati: Esercizi di Analisi Matematica 2, Zanichelli, Milano 2012.F.

- F. Bigolin, S. Mazzucchi: Esercizi di calcolo differenziale e integrale, Vol. 1, Funzioni di una variabile reale, Aracne, Roma, 2011 (usa una diversa notazione).

Possono essere utili anche gli esercizi/prove intermedie/compiti d'esame dei miei corsi di Analisi Matematica 1 per i corsi di laurea in Informatica ed Ingegneria Informatica degli a.a. precedenti disponibili sul sito <http://latemar.science.unitn.it/defranceschi>.

Sono a disposizione degli/delle studenti/esse anche i fogli di esercizi, le prove intermedie e le prove scritte dei Corsi di Analisi Matematica A/Analisi Matematica 1 (per Matematici e Fisici) tenuti dal prof. Raul Serapioni negli ultimi anni fino al presente a.a. Essi si trovano nella sezione "Materiali Didattici" all'indirizzo <http://www.science.unitn.it/~serapion>,

oltre ad una vasta bibliografia riguardante curiosità matematiche e notizie storiche sullo sviluppo dell'Analisi (vedi, per esempio, E. Hairer, G. Wanner, 2008; H.-D. Ebbinghaus & altri 1991)

### **Altre Informazioni**

Gli/Le studenti/esse mi possono contattare sempre mediante l'e-mail [anneliese.defranceschi@unitn.it](mailto:anneliese.defranceschi@unitn.it). Ulteriori informazioni saranno pubblicate in itinere sul sito <http://latemar.science.unitn.it/defranceschi>.