

Università degli Studi di Trento - Dip. di Matematica
 CdL in Matematica e CdL in Fisica
 Test di autovalutazione di ANALISI MATH A / ANALISI MATH 1
 a.a. 2020/21 - 2 novembre 2020

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x} + x)$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $[\infty - \infty]$. Procediamo allora come segue (razionalizzando!)

$$\begin{aligned} (\sqrt{x^2 - x} + x) \frac{(\sqrt{x^2 - x} - x)}{(\sqrt{x^2 - x} - x)} &= \frac{\cancel{x^2} - x - \cancel{x^2}}{\sqrt{x^2 - x} - x} = \frac{-x}{\sqrt{x^2 - x} - x} \\ &= \frac{-x}{-x \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - x} = \frac{\cancel{-x}}{\cancel{-x} [\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 1]} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 1} \end{aligned}$$

attenzione $\sqrt{x^2} = |x| = -x$ se $x < 0$!

Quindi

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 1} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Risposta: (c).

2. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1-\sqrt{x^2-1}}{(x-1)^2}$

Il limite si presenta nella forma indeterminata $\left[\frac{0}{0}\right]$. Procediamo allora come segue (razionalizzando!)

$$\begin{aligned} \frac{x-1-\sqrt{x^2-1}}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1+\sqrt{x^2-1}}{x-1+\sqrt{x^2-1}} &= \frac{(x-1)^2 - (x^2-1)}{(x-1)^2 (x-1+\sqrt{x^2-1})} \\ &= \frac{\cancel{x^2} - 2x + 1 - \cancel{x^2} + 1}{(x-1)^2 (x-1+\sqrt{x^2-1})} = \frac{-2(\cancel{x-1})}{(x-1)^2 (x-1+\sqrt{x^2-1})} \\ &= \frac{-2}{\underbrace{(x-1)(x-1+\sqrt{x^2-1})}_{\text{infinitesimo positivo}}} \end{aligned}$$

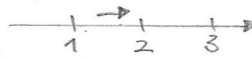
Quindi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1-\sqrt{x^2-1}}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2}{(x-1)(x-1+\sqrt{x^2-1})} = \underline{\underline{-\infty}}$$

Risposta: (a).

$$3. \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{4-x^2} = \underline{+\infty}$$

infinitesimo positivo



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2x^3 \rightarrow 4}{x^3 - 8} = \underline{+\infty}$$

infinitesimo negativo

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\cos 2}{|x| - 2} = \underline{+\infty}$$

negativo
infinitesimo negativo

Risposta: (d).

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(1-\cos x)^2}{x^3 \sin x} = \left[\frac{0}{0} \right]$$

$$\frac{3(1-\cos x)^2}{x^3 \sin x} = 3 \cdot \left(\frac{1-\cos x}{x^2} \right)^2 \cdot \frac{x}{x^3} \cdot \frac{1}{\sin x} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos(2x)} = \left[\frac{0}{0} \right]$$

$$\frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos(2x)} = \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} \cdot \frac{4x^2}{1 - \cos(2x)} \cdot \frac{1}{4} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x)}{\sin(2x)} = \left[\frac{0}{0} \right]$$

$$\frac{\log(1+3x)}{\sin(2x)} = \frac{\log(1+3x)}{3x} \cdot \frac{2x}{\sin(2x)} \cdot \frac{3}{2} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

Risposta: (c).

$$5. \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n+n^2} :$$

$$n \leq n+n^2 \leq 2n^2$$

$$\Rightarrow \sqrt[n]{n} \leq \sqrt[n]{n+n^2} \leq \sqrt[n]{2n^2}$$

$\swarrow n \rightarrow +\infty$
 $\searrow n \rightarrow +\infty$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n+n^2} = \underline{\underline{1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n+e^n} :$$

$$e^n \leq n+e^n \leq 2e^n$$

$$\sqrt[n]{e^n} \leq \sqrt[n]{n+e^n} \leq \sqrt[n]{2} \sqrt[n]{e^n}$$

$\parallel e$
 $\swarrow n \rightarrow +\infty$
 $1 \cdot e$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n+e^n} = \underline{\underline{e}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n+e^{n^2}} = +\infty \quad \text{infatti} \quad \sqrt[n]{n+e^{n^2}} \geq \sqrt[n]{e^{n^2}} = e^n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty.$$

Risposta: (c).

$$6. \lim_{x \rightarrow 0^+} (ex)^x \quad [0^0]$$

$$(ex)^x = e^{x \log(ex)} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} e^0 = \underline{\underline{1}}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2x} \quad [0^0]$$

$$x^{2x} = e^{2x \log x} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} e^0 = \underline{\underline{1}}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-1/x}$$

$$[0^{-\infty}] \text{ non \u00e9 una forma indeterminata}$$

$$x^{-1/x} = e^{\frac{1}{x} \log x} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^x \quad [\infty^0]$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^x = e^{x \log \frac{1}{x}} = e^{-x \log x} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} e^0 = \underline{\underline{1}}.$$

Risposta: (d).

$$7. f(x) = \begin{cases} x^2 x^2 + 4x & \text{se } x \leq 0 \\ -2 \frac{\sin(2x)}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-2, 2]$ se f \u00e9 continua su $[-2, 2]$. f \u00e9 continua su $[-2, 2]$ se e solo se f \u00e9 continua in $x=0$ essendo f gi\u00e0 continua $\forall x \in [-2, 2] \setminus \{0\}$. Ricordiamo che

$$f \text{ \u00e9 continua in } x=0 \iff \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \text{ ossia se e solo se } \lim_{x \rightarrow 0} \left(-2 \frac{\sin(2x)}{x}\right) = 4\alpha \iff \lim_{x \rightarrow 0} \left(-4 \frac{\sin(2x)}{2x}\right) = 4\alpha \iff -4 = 4\alpha$$

$\downarrow \substack{x \rightarrow 0 \\ 1}$

$$\iff \underline{\underline{\alpha = -1}}$$

Risposta: (a).

$$8. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n^5 - n^3}{n^2 - n} = \left[\frac{-\infty}{\infty} \right]$$

$$\frac{\sin n^5 - n^3}{n^2 - n} = \frac{n^3 \left(\frac{\sin n^5}{n^3} - 1 \right)}{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} \right)} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \underline{\underline{-\infty}}$$

$\begin{matrix} \nearrow 0 \\ n \rightarrow +\infty \end{matrix}$
 $\downarrow 0$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 \arctan n^3}{n^2 - n} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$$

$$\frac{2n^2 \arctan n^3}{n^2 - n} = \frac{n^2 \left(2 \arctan n^3 \right)}{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} \right)} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \underline{\underline{\pi}}$$

$\nearrow \frac{\pi}{2}$
 $\downarrow 0$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(\cos n)^4}{n^2 - n} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$$

$$\frac{n(\cos n)^4}{n^2 - n} = \frac{n \left(\cos n \right)^4 \text{ limitato}}{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} \right)} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \underline{\underline{0}}$$

$\downarrow 0$

Risposta: (a).

$$9. f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1} \quad \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{(x-1)(x+1)} = \underline{\underline{-\frac{3}{2}}}$$

$f(x)$ non ha asintoto verticale in $x = -1$.

$$g(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} \quad \text{dom } g = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = \underline{\underline{+\infty}} \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = \underline{\underline{-\infty}}$$

$g(x)$ ha asintoto verticale in $x = -1$.

$$h(x) = \frac{\sin(x+1)}{x^2 - 1} \quad \text{dom } h = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x+1)}{(x+1)(x-1)} \xrightarrow{x \rightarrow -1} \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

$h(x)$ non ha asintoto verticale in $x = -1$

Risposta: (b).

$$10. \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3+1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 \left(1 + \frac{1}{x^3}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \underline{\underline{-\infty}}.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \underline{\underline{1}}.$$

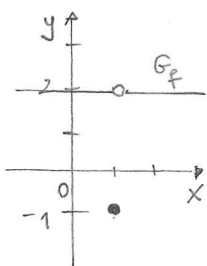
$y=1$ asint. orizz. per g , per $x \rightarrow -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1} \stackrel{\text{limita}}{=} \underline{\underline{0}}$$

$y=0$ asint. orizz. per h , per $x \rightarrow -\infty$.

Risposta: (c).

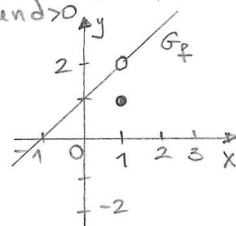
11. Se $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, allora $x=1$ è un pt. di accumulazione del dominio di f !! Quindi (a) è vera.



(b) non è nec. vera. Sia $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{su }]1-\delta, 1+\delta[\setminus \{1\} \\ -1 & \text{per } x=1 \end{cases} \quad \forall \delta > 0$

Allora, per def., $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, ma $f(x)$ non è positiva su $]1-\delta, 1+\delta[$ per nessun $\delta > 0$.

(c) non è nec. vera. Sia $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x \neq 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \end{cases}$;

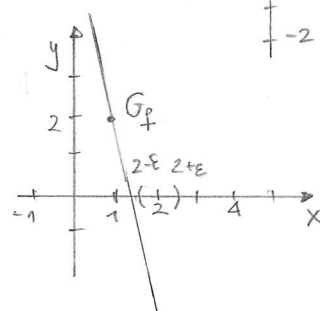


allora $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, ma $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$.

(d) non è nec. vera. Sia $f(x) = -4x+6$;

allora $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, ma $f(x)$ non è positiva

in $]2-\varepsilon, 2+\varepsilon[$, qualunque sia $\varepsilon > 0$.



Risposta: (a).

$$12.(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n - e^n}{3^n - n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n \left(\left(\frac{2}{e} \right)^n - 1 \right)}{3^n \left(1 - \frac{n}{3^n} \right)} = \underline{\underline{0}}.$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(n + \arctan n)}{\log(n^3 + \sin n)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log \left(n \left(1 + \frac{\arctan n}{n} \right) \right)}{\log \left(n^3 \left(1 + \frac{\sin n}{n^3} \right) \right)} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log n + \log \left(1 + \frac{\arctan n}{n} \right)}{3 \log n + \log \left(1 + \frac{\sin n}{n^3} \right)} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}.$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 100x^2}{e^{-x} + x^{10}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x \left(1 + \frac{100x^2}{2^x} \right)}{x^{10} \left(\frac{e^{-x}}{x^{10}} + 1 \right)} = \underline{\underline{+\infty}}.$$

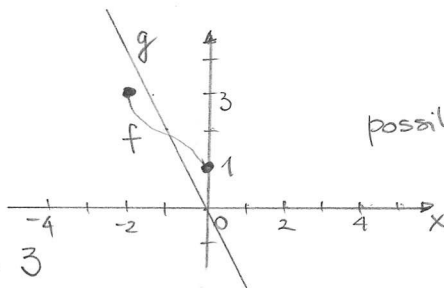
$$(d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\log x^2 - \sqrt[4]{x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt[4]{x} \left(\frac{\log x^2}{\sqrt[4]{x}} - 1 \right) \right] = -\infty,$$

Risposta: (b).

13. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua

f assume in $] -2, 0[$

tutti i valori tra 1 e 3



possibile grafico per f

Sia $y = \alpha x$. Allora $\alpha = 1$, $\alpha = 2$ sono da escludere subito!

Anche $\alpha = -1$. Basta oss. che la retta $y = -x$ non interseca mai, per

es. $f(x) = -x + 1$. Notiamo invece che $y = -2x$ interseca nec. il

grafico di qualunque funzione continua per cui $f(-2) = 3$ e $f(0) = 1$.

Posto $g(x) = -2x$ abbiamo g continua su $[-2, 0]$; inoltre

$g(-2) = 4 > f(-2)$, mentre $g(0) = 0 < f(0)$. Quindi per il cond.

del teorema di Weierstrass degli zeri esiste $x_0 \in] -2, 0[$ t.c. $g(x_0) = f(x_0)$.

Risposta: (b).

$$14. f(x) = \begin{cases} \alpha \cos x + \beta & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ (x - \beta)^3 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

f è continua in $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$.

$$\text{Ora } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (\alpha \cos x + \beta) = \alpha + \beta$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - \beta)^3 = -\beta^3.$$

Quindi f è continua in $x = 0 \Leftrightarrow \alpha + \beta = -\beta^3 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \beta = -1 \\ \alpha - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \alpha = 2, \beta = -1 \quad \text{da cui } \underline{\underline{\alpha\beta = -2.}}$$

Risposta: (a).

$$15. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sin(\cos x - 1)} - 1}{x^\alpha}$$

$$\text{Oss. } \frac{e^{\sin(\cos x - 1)} - 1}{x^\alpha} = \frac{e^{\sin(\cos x - 1)} - 1}{\sin(\cos x - 1)} \cdot \frac{\sin(\cos x - 1)}{\cos x - 1} \cdot \frac{\cos x - 1}{x^\alpha}$$

$\downarrow x \rightarrow 0$ $\downarrow x \rightarrow 0$
 1 1

allora $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sin(\cos x - 1)} - 1}{x^\alpha}$ è finito e diverso da 0

$\Leftrightarrow \frac{\cos x - 1}{x^\alpha}$ ammette limite finito e diverso da 0 e questo succede

$\Leftrightarrow \underline{\alpha = 2}$. (ricordiamo che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$)

Risposta: (c).

16. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha^n \log\left(\frac{3+4^{-n}}{3+5^{-n}}\right)$

Oss. che $\alpha^n \log\left(\frac{3+4^{-n}}{3+5^{-n}}\right) = \alpha^n \log\left(\frac{3\left(1+\frac{1}{3 \cdot 4^n}\right)}{3\left(1+\frac{1}{3 \cdot 5^n}\right)}\right)$

$$= \alpha^n \left[\log\left(1+\frac{1}{3 \cdot 4^n}\right) - \log\left(1+\frac{1}{3 \cdot 5^n}\right) \right] =$$

$$= \alpha^n \frac{1}{3 \cdot 4^n} \left[\frac{\log\left(1+\frac{1}{3 \cdot 4^n}\right)}{\frac{1}{3 \cdot 4^n}} \right] - \alpha^n \frac{1}{3 \cdot 5^n} \left[\frac{\log\left(1+\frac{1}{3 \cdot 5^n}\right)}{\frac{1}{3 \cdot 5^n}} \right]$$

Allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha^n \log\left(\frac{3+4^{-n}}{3+5^{-n}}\right)$ è finito e diverso da 0 $\Leftrightarrow \underline{\alpha = 4}$.

Risposta: (b).

17. $a_n = \left(\frac{n^n}{2^n n!}\right)$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{2^{n+1} (n+1)!} \cdot \frac{2^n n!}{n^n} = \frac{(n+1)^n (n+1)}{2 \cdot 2^n (n+1) n!} \cdot \frac{2^n n!}{n^n}$$

$$= \frac{(n+1)^n}{2 \cdot n^n} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{e}{2} > 1$$

$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$. (criterio del rapporto per la contragg. di successioni!) (Es. 5.12)

$a_n = \left(\frac{n^n}{3^n n!}\right)$ segue $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{e}{3} < 1$

$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

$a_n = \frac{n^n}{(2n)!}$

segue $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(2n+2)!} \cdot \frac{(2n)!}{n^n} =$

$$= \frac{(n+1)^n (n+1)}{(2n+2)(2n+1)(2n)!} \cdot \frac{(2n)!}{n^n} = \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n (n+1)}{(2n+2)(2n+1)}$$

$\xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0 < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

Risposta: (c).

18. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n - \left(3 - \frac{1}{n}\right)^n$

Oss. $3^n - \left(3 - \frac{1}{n}\right)^n = 3^n - 3^n \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n = 3^n \left[1 - \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n\right]$

$= 3^n \left(1 - \frac{1}{\left[\left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{-3n}\right]^{\frac{1}{3}}}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$

$\downarrow n \rightarrow +\infty$
 $\frac{1}{e^{\frac{1}{3}}}$
 $\xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{e}}\right) < 1$

$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n - \left(3 - \frac{1}{n}\right)^n = +\infty.$

Risposta: (c).

19. $f(x) = \frac{1}{1+x}$

Oss. che $\frac{f(x) - 1}{x} = \frac{\frac{1}{1+x} - 1}{x} = \frac{\cancel{1} - 1 - x}{x(1+x)} = \frac{-1}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} \neq 0$

$\Rightarrow f(x) - 1 = o(x) \text{ } \bar{\text{e}} \text{ falso per } x \rightarrow 0$

Oss. che $\frac{f(x) - 1 - x}{x} = \frac{\frac{1}{1+x} - 1 - x}{x} = \frac{\cancel{1} - 1 - x - x^2}{x} = \frac{-2x - x^2}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1 - x}{x} = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1 - x}{x} \neq 0$

$\Rightarrow f(x) - 1 - x = o(x) \text{ } \bar{\text{e}} \text{ falso per } x \rightarrow 0$

Oss. che $\frac{f(x) - 1 + x}{x} = \frac{\frac{1}{1+x} - 1 + x}{x} = \frac{\cancel{1} - \cancel{1} - x + x + x^2}{x} = x$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1 + x}{x} = 0 \Rightarrow f(x) - 1 + x = o(x) \text{ per } x \rightarrow 0$

ossia $f(x) = 1 - x + o(x) \text{ per } x \rightarrow 0$

Oss. che $\frac{f(x) - 1 - x}{x^2} = \frac{-2x - x^2}{x^2} \not\rightarrow 0.$

Risposta: (c).

20. Consid. $f(x) = \frac{x^3}{4} - 10x - 1$; allora $f(x)$ è continua su $[0, 8]$.

Inoltre $f(0) = -1$, mentre $f(8) = \frac{64 \cdot 8^2}{4} - 80 - 1 = 128 - 81 > 0$.

Quindi $\exists x_0 \in]0, 8[$ t.c. $f(x_0) = 0$, ossia x_0 è soluzione dell'eq.

$\frac{x^3}{4} - 10x - 1 = 0$ (teorema di Weierstrass degli zeri). Per "localizzare" meglio uno zero di f , ossia una soluzione dell'eq. usiamo il metodo di bisezione.

Consid. il pt. medio di $[0, 8]$, ossia $x = 4$, e notiamo che $f(4) = 16 - 41 < 0$.

Possiamo allora asserire che uno zero di f , e quindi una soluzione dell'eq. data si trova nell'intervallo $[4, 8]$. Consid. il pt. medio dell'intervallo $[4, 8]$, ossia $x = 6$.

Notiamo che $f(6) = \frac{36 \cdot 6^2}{4} - 60 - 1 = 54 - 61 < 0$.

Possiamo allora asserire che uno zero di f , e quindi una soluzione dell'eq. data si trova nell'intervallo $[6, 8]$. Possiamo concludere che

$\exists$ approssima meglio tale soluzione.

Risposta: (d).