

**2020-11-02**

1.

Il limite  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x} + x)$  è uguale a

- (a)  $-\infty$
- (b) 0
- (c)  $\frac{1}{2}$
- (d)  $+\infty$

2.

Il limite  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1 - \sqrt{x^2 - 1}}{(x - 1)^2}$  è uguale a

- (a)  $-\infty$
- (b) 0
- (c) nessuno dei valori indicati nelle altre risposte
- (d)  $+\infty$

3.

Quanti tra i limiti  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{4 - x^2}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2^x}{x^3 - 8}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\cos x}{|x| - 2}$  sono uguali a  $+\infty$ ?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

4.

Quanti dei limiti  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(1 - \cos x)^2}{x^3 \sin x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos(2x)}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 3x)}{\sin(2x)}$  sono minori di 1?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

5.

Quanti dei limiti  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n+n^2}$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n+e^n}$  e  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n+e^{n^2}}$  sono finiti?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

6.

Quanti dei limiti  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (ex)^x$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\frac{1}{x}}$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^x$  sono uguali a 1?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

7.

Sia  $f(x) = \begin{cases} \alpha^2 x^2 + 4\alpha & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{-2 \sin(2x)}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$  Per quale  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f$  soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass sull'intervallo  $[-2, 2]$ ?

- (a) -1
- (b)  $-\frac{1}{2}$
- (c)  $\frac{1}{2}$
- (d) 2

8.

Quanti tra i tre limiti  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n^5 - n^3}{n^2 - n}$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 \cdot \arctan n^3}{n^2 - n}$  e  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(\cos n)^4}{n^2 - n}$  sono uguali a  $+\infty$ ?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

9.

Quante delle funzioni  $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2-1}$ ,  $g(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$  e  $h(x) = \frac{\sin(x+1)}{x^2-1}$  hanno un asintoto verticale in  $x = -1$ ?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

10.

Quante delle funzioni  $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2-1}$ ,  $g(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$  e  $h(x) = \frac{\sin(x+1)}{x^2-1}$  hanno un asintoto orizzontale per  $x \rightarrow -\infty$ ?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

11.

Se si ha  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ , allora è necessariamente vero che

- (a) il punto  $x = 1$  è un punto di accumulazione del dominio di  $f$
- (b) la funzione  $f$  è positiva in  $]1 - \delta, 1 + \delta[$  per un opportuno  $\delta > 0$
- (c) il numero 2 appartiene all'immagine di  $f$
- (d) la funzione  $f$  è positiva in  $]2 - \varepsilon, 2 + \varepsilon[$  per un opportuno  $\varepsilon > 0$

12.

Quale tra i seguenti limiti è finito e diverso da zero?

- (a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n - e^n}{3^n - n}$
- (b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(n + \arctan n)}{\log(n^3 + \sin n)}$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 100x^2}{e^{-x} + x^{10}}$
- (d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log x^2 - \sqrt[4]{x})$

13.

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una qualunque funzione continua con  $f(-2) = 3$  e  $f(0) = 1$ . Allora la retta di equazione  $y = \alpha x$  interseca necessariamente il grafico di  $f$  nell'intervallo  $] -2, 0[$  per

- (a)  $\alpha = 1$
- (b)  $\alpha = -2$
- (c)  $\alpha = -1$
- (d)  $\alpha = 2$

14.

Siano  $\alpha$  e  $\beta$  i due numeri reali per i quali la funzione  $f(x) = \begin{cases} \alpha \cos x + \beta & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ (x - \beta)^3 & \text{se } x > 0. \end{cases}$  è continua in  $x = 0$ . Allora il prodotto  $\alpha\beta$  è uguale a

- (a)  $-2$
- (b)  $-1$
- (c)  $0$
- (d) nessuno dei valori indicati nelle altre risposte

15.

Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Per quale dei seguenti valori di  $\alpha$  il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sin(\cos x - 1)} - 1}{x^\alpha}$  è finito e diverso da 0?

- (a)  $0$
- (b)  $1$
- (c)  $2$
- (d) Nessuno dei valori indicati nelle altre risposte

16.

Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Per quale dei seguenti valori di  $\alpha$  il limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha^n \log \left( \frac{3 + 4^{-n}}{3 + 5^{-n}} \right)$  è finito e diverso da 0?

- (a)  $3$
- (b)  $4$
- (c)  $5$
- (d) Nessuno dei valori indicati nelle altre risposte

17.

Quante delle tre successioni  $\left(\frac{n^n}{2^n n!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $\left(\frac{n^n}{3^n n!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $\left(\frac{n^n}{(2n)!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$  convergono a 0?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

18.

Il limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n - \left(3 - \frac{1}{n}\right)^n$  è uguale a

- (a) 0
- (b) 1
- (c)  $+\infty$
- (d) nessuno dei valori indicati nelle altre risposte

19.

Sia  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ . Per  $x \rightarrow 0$  si ha

- (a)  $f(x) = 1 + o(x)$
- (b)  $f(x) = 1 + x + o(x)$
- (c)  $f(x) = 1 - x + o(x)$
- (d)  $f(x) = 1 + x + o(x^2)$

20.

L'equazione  $\frac{x^3}{4} - 10x - 1 = 0$  ha una soluzione reale nell'intervallo  $[0, 8]$ . Quale dei seguenti numeri approssima meglio tale soluzione?

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 5
- (d) 7