

2020-10-12

1.

Quale tra i seguenti insiemi è un intervallo?

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2} < 1\}$
- (b) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 > 3\}$
- (c) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 1\}$
- (d) $\{x \in \mathbb{R} : |x| > 0\}$

2.

Sia $A =]-\infty, -2[\cup \{1\}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) $\forall M \in \mathbb{R}, \exists x \in A : x \leq M$
- (b) $\forall M \in \mathbb{R}, \exists x \in A : x \geq M$
- (c) $\exists M \in A : \forall x \in \mathbb{R}, x \geq M$
- (d) $\exists M \in A : \forall x \in \mathbb{R}, x \leq M$

3.

Quale delle seguenti insiemi è limitato superiormente?

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : |x| - 1 > 0\}$
- (b) $\{x \in \mathbb{R} : \log_2 |x| > 1\}$
- (c) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < |x + 2|\}$
- (d) $\{x \in \mathbb{R} : \sqrt[3]{x} \geq x\}$

4.

Quale tra i seguenti numeri complessi ha argomento principale $-\frac{2\pi}{3}$?

- (a) $2 - 3i$
- (b) $-1 - \sqrt{3}i$
- (c) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
- (d) $-2 - 3i$

5.

Nel piano complesso l'insieme delle soluzioni della disequazione $|z + 1 - 2i| < 1$ è contenuto nel

- (a) primo quadrante
- (b) secondo quadrante
- (c) terzo quadrante
- (d) quarto quadrante

6.

Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali dei seguenti numeri è necessariamente reale?

- (a) $z^2|z|$
- (b) $(z + i)^2$
- (c) $z + 1 + \overline{(z + 1)}$
- (d) $(z + 1)(\bar{z} - 1)$

7.

Quante sono le soluzioni complesse dell'equazione $|z| = \bar{z}$?

- (a) Più di 2
- (b) 2
- (c) 1
- (d) 0

8.

La forma algebrica del numero complesso $(1 + i)^{12}$ è

- (a) -2^{12}
- (b) 1
- (c) -64
- (d) 2^6

9.

Nel piano complesso le soluzioni dell'equazione $z^3 + 5 = 0$ sono i vertici di

- (a) un pentagono regolare con un vertice sul semiasse reale negativo
- (b) un pentagono regolare con un vertice sul semiasse reale positivo
- (c) un triangolo equilatero con un vertice sul semiasse reale negativo
- (d) un triangolo equilatero con un vertice sul semiasse reale positivo

10.

Siano f , g , h e k le funzioni date, ciascuna sul proprio insieme di definizione, da $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$, $h(x) = \log|x^2 - 4|$, $k(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) f e g hanno lo stesso dominio
- (b) g e h hanno lo stesso dominio
- (c) f e h hanno lo stesso dominio
- (d) f e k hanno lo stesso dominio

11.

Quale delle seguenti espressioni è uguale a 0?

- (a) $\sup_{]0,2[}(\sqrt{x} - 2)$
- (b) $\sup_{[\frac{1}{3},1]} \log_{\frac{1}{2}} x$
- (c) $\inf_{]-1,\frac{1}{2}]} (1 - x^2)$
- (d) $\inf_{[0,\pi]} \cos x$

12.

Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{|x|} > |x|\}$. Allora A è

- (a) un intervallo
- (b) non limitato superiormente
- (c) non limitato inferiormente
- (d) simmetrico rispetto all'origine

13.

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x+1}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) $\text{im } f =]-\infty, 1[$
- (b) f è suriettiva
- (c) f è iniettiva

(d) f è strettamente crescente

14.

Il numero delle soluzioni in \mathbb{R} dell'equazione $\cos x = ||x| - 1|$ è

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

15.

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x < 0 \\ \sin x & \text{se } 0 \leq x < 2\pi \\ (x - 2\pi)^2 & \text{se } x \geq 2\pi. \end{cases}$

Il più grande intervallo A contenente 0 per cui $f|_A$ risulta iniettiva è

- (a) $]-\infty, \pi]$
- (b) $]-\infty, 2\pi[$
- (c) \mathbb{R}
- (d) $]-\infty, \frac{\pi}{2}]$

16.

Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{se } x < 0 \\ -x^2 & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$

$$g(x) = \begin{cases} 3 & \text{se } x < 1 \\ -2 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Quale delle seguenti espressioni non è corretta?

- (a) $(f \circ f)(x) = \begin{cases} -(1 - x)^2 & \text{se } x < 0 \\ 1 + x^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
- (b) $(g \circ f)(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x < 0 \\ 3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
- (c) $(f \circ g)(x) = \begin{cases} -9 & \text{se } x < 1 \\ 3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

$$(d) \quad (g \circ g)(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x < 1 \\ 3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

17.

Per quale dei seguenti valori di λ l'equazione $2^{|x|} - 2 = \lambda$ ha un'unica soluzione reale?

- (a) $\lambda = 0$
- (b) $\lambda = -2$
- (c) $\lambda = -1$
- (d) $\lambda = 2$

18.

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Quale delle seguenti espressioni definisce la sua funzione inversa $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$?

- (a) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$
- (b) $f^{-1}(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ \sqrt{x - 1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$
- (c) $f^{-1}(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ -\sqrt{x - 1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$
- (d) $f^{-1}(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -x^2 - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

19.

Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da $f(x) = \sqrt[3]{x}$ e $g(x) = \arctan x$.

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- (a) $g \circ f$ è crescente su \mathbb{R}
- (b) $f \circ g$ è crescente su \mathbb{R}
- (c) $f \circ g$ è limitata su \mathbb{R}
- (d) $g \circ f$ ha minimo su \mathbb{R}

20.

Sia $f : [-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & \text{se } x \in [-1, 1] \\ -\log x & \text{se } x > 1. \end{cases}$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) f è limitata su $[-1, +\infty[$
- (b) $x = 1$ è un punto di minimo locale per f
- (c) $x = 0$ è un punto di massimo assoluto per f
- (d) $\sup_{[-1, +\infty[} f = +\infty$