2020-12-14

1.

Quali degli integrali

$$\int_{-2}^{4} \big||x-1|-2\big|\,dx \qquad \int_{-1}^{1}\left(3\left|x^2-1\right|+\frac{|x+1|}{2}\right)dx$$

sono uguali a 5?

(a) Nessuno
(b) Il primo
(c) Il secondo
(d) Entrambi

2.

Siano

$$A=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{4}} \frac{1}{\sqrt{4x-4x^2}}\,dx \qquad B=\int_{1}^{5} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}}\,dx.$$

Allora il prodotto AB soddisfa

(a) $AB \leq 0$
(b) $0 \leq AB < \frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{2} \leq AB < 1$
(d) $1 < AB$

3.

Siano $a, b \in \mathbb{R}$ con $a < b$ e sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una funzione monotona crescente. Allora

(a) esiste $c \in [a, b]$ tale che $(b-a)f(c) = \int_a^b f(t)\,dt$
(b) la funzione $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ su $[a, b]$ è monotona
(c) la funzione $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ su $[a, b]$ è derivabile
(d) la funzione $|f|$ è integrabile su $[a, b]$

4.

Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$. Se si ha $\displaystyle\int_{-2}^{2} (f(t))^2 f'(t)\, dt = 0$, allora la funzione f

(a) è pari
(b) è dispari
(c) assume lo stesso valore in -2 e in 2
(d) ha due punti critici in -2 e in 2

5.

Sia
$$A = \int_0^1 \sqrt{x} \arctan \sqrt{x}\, dx.$$
Allora si ha

(a) $A < \frac{1}{3}$
(b) $\frac{1}{3} \leq A < \frac{2}{3}$
(c) $\frac{2}{3} \leq A < 1$
(d) $1 \leq A$

6.

Siano
$$A = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x}\, dx \qquad B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x}\, dx.$$
Allora si ha

(a) $B \leq A$
(b) $A < B \leq 2A$
(c) $2A < B \leq 3A$
(d) $3A < B$

7.

Quale delle seguenti funzioni ha come asintoto verticale (da sinistra) la retta di equazione $x = 2$?

$$\int_1^x \frac{t}{\sqrt[3]{2-t}}\, dt \qquad \int_1^x \frac{1}{\sqrt{|t^2-4|}}\, dt \qquad \int_1^x \frac{\sin(2-t)}{(t-2)^2}\, dt$$

(a) La prima
(b) La seconda
(c) La terza
(d) Nessuna delle funzioni indicate nelle altre risposte

8.

Su quanti dei quattro intervalli

$$[0,1[\qquad]-1,0[\qquad [4,+\infty[\qquad]3,4]$$

la funzione

$$f(x) = \frac{(x-1)x}{\sqrt[3]{(x-1)^5}\,\sqrt[5]{(x-3)^7}}$$

è integrabile?

(a) 1
(b) 2
(c) 3
(d) 4

9.

Quante tra delle funzioni

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \log x \qquad \frac{1}{x(1+\log^2 x)} \qquad \frac{\sqrt[3]{x} - \log^2 x}{x}$$

hanno una primitiva $F(x)$ tale che $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{F(x)}{x} = +\infty$?

(a) 0
(b) 1
(c) 2
(d) 3

10.

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione parte intera definita da $f(t) = [t]$ e sia

$$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt.$$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
1. La funzione F è continua.
2. Si ha $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{F(n)}{n^2} = \dfrac{1}{2}$.
3. La funzione F è crescente su $\mathbb{R}$.
4. Si ha $F'(\pi) = 3$.

(a) La prima
(b) La seconda
(c) La terza
(d) La quarta

11.

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Se si ha

$$\int_{-2}^{4} f(x)\,dx = 2,$$

allora

$$\int_{0}^{3} 2f(2t-2)\,dt$$

è uguale a

(a) 1
(b) 2
(c) 8
(d) nessuna delle altre risposte

12.

Sia a un numero reale positivo per il quale l'area della regione del piano cartesiano delimitata dal grafico della funzione $f(x) = 2\sqrt{x}$ e dalle rette di equazione $x = 0$, $x = a$ e $y = \frac{x}{4} - \frac{3}{2}$ è uguale a $5a$. Allora si ha

(a) $a \leq 10$
(b) $10 < a \leq 20$
(c) $20 < a \leq 40$
(d) $40 \leq a$

13.

Sia μ la media integrale della funzione $f(x) = x\cos(2x)$ sull'intervallo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$. Allora si ha

(a) $\mu \leq -\frac{\pi}{2}$
(b) $-\frac{\pi}{2} < \mu \leq 0$
(c) $0 < \mu \leq \frac{\pi}{2}$
(d) $\frac{\pi}{2} < \mu$

14.

Sia α un numero reale positivo. Entrambi gli integrali

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{(\arctan x)(x^\alpha + 2)}\,dx \qquad \int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^\alpha)}{x^2}\,dx$$

convergono per

(a) $\alpha > 2$
(b) $1 < \alpha < 2$
(c) $\alpha > 1$
(d) nessun valore di α

15.

Il limite

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\int_0^{2\varepsilon} (e^{-x^2} - 1)\,dx}{\varepsilon^3}$$

è uguale a

(a) $-\frac{1}{3}$
(b) $-\frac{2}{3}$
(c) $-\frac{8}{3}$
(d) nessuno dei valori indicati nelle altre risposte