

## 2022-10-15 Test di autovalutazione senza risposte

### 1. 2022-10-15-01

Sia  $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 1}{2|x + 1|} \leq 1\}$ . Allora

$\inf A = \overline{\quad}$ . E' un minimo? 

Si
No

$\sup A = \overline{\quad}$ . E' un massimo? 

Si
No

### 2. 2022-10-15-02

Sia  $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^3 - 1| \leq 1\}$ . Stabilite per ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

$\exists M \in A : \forall x \in A, x \leq M$ 

Vera
Falsa

$\exists M \in \mathbb{R}_{>0} : \forall x \in A, M \leq x$ 

Vera
Falsa

$\forall M \in \mathbb{R}_{\leq 0}, \exists x \in A : x > M$ 

Vera
Falsa

$\exists x \in A : \forall M \in \mathbb{R}_{\geq 0}, x \leq M$ 

Vera
Falsa

### 3. 2022-10-15-03

Sia  $\mathcal{P}(x, y, z)$  il predicato

$$"x^2 \geq y + z".$$

Stabilite per ciascuna delle seguenti proposizioni se è vera o falsa.

$\forall x \in \mathbb{Z}, \exists z \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z}, \mathcal{P}(x, y, z)$ 

Vera
Falsa

$$\forall y \in \mathbb{Z}, \exists z \in \mathbb{Z} : \forall x \in \mathbb{Z}, \mathcal{P}(x, y, z) \begin{array}{|c|} \hline \text{Vera} \\ \hline \text{Falsa} \\ \hline \end{array}$$

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}, \exists z \in \mathbb{Z} : \mathcal{P}(x, y, z) \begin{array}{|c|} \hline \text{Vera} \\ \hline \text{Falsa} \\ \hline \end{array}$$

$$\exists z \in \mathbb{Z} : \forall x, y \in \mathbb{Z}, \mathcal{P}(x, y, z) \begin{array}{|c|} \hline \text{Vera} \\ \hline \text{Falsa} \\ \hline \end{array}$$

4. **2022-10-15-04**

Stabilite per ciascuna delle seguenti affermazioni se è corretta sì o no.

$$\{x \in \mathbb{R} : -\sqrt[3]{|x|} + 1 \geq 0\} \text{ è limitato. } \begin{array}{|c|} \hline \text{Sì} \\ \hline \text{No} \\ \hline \end{array}$$

$$\{x \in \mathbb{R} : 1 - x^2 \leq |x - 1|\} \text{ è limitato superiormente. } \begin{array}{|c|} \hline \text{Sì} \\ \hline \text{No} \\ \hline \end{array}$$

$$\{x \in \mathbb{R} : \log_2 x^2 \leq 2\} \text{ è limitato inferiormente. } \begin{array}{|c|} \hline \text{Sì} \\ \hline \text{No} \\ \hline \end{array}$$

$$\{x \in \mathbb{R} : \frac{\pi}{4} < \arctan |x + 1| < \frac{\pi}{2}\} \text{ è limitato. } \begin{array}{|c|} \hline \text{Sì} \\ \hline \text{No} \\ \hline \end{array}$$

5. **2022-10-15-05**

Per quale delle seguenti coppie  $(z_1, z_2)$  di numeri complessi, il prodotto  $z_1 \cdot z_2$  ha argomento principale in  $]\pi, \frac{5\pi}{4}[$ ?

- (a)  $z_1 = 2 + i, \quad z_2 = -1 + 2i$
- (b)  $z_1 = -1, \quad z_2 = \sqrt{3} - i$
- (c)  $z_1 = 2i, \quad z_2 = 1 + i$
- (d)  $z_1 = -1 + i, \quad z_2 = 1 + \sqrt{3}i$

6. **2022-10-15-06**

Per la seguente equazione e per il seguente sistema di equazioni determinate il numero di soluzioni che appartengono alla circonferenza di centro l'origine e raggio 1 nel piano complesso.

$$z^3 = |z|^4 \quad \text{Ne ha } \underline{\quad}.$$

$$\begin{cases} (z-1)(\bar{z}+1) = 2(\operatorname{Im} z)i \\ \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z = 0 \end{cases} \quad \text{Ne ha } \underline{\quad}.$$

7. **2022-10-15-07**

Sia  $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  e sia  $w = z^{18} - z^{15}$ . Allora  $w = a + ib$  con  $a = \underline{\quad}$  e  $b = \underline{\quad}$ .

8. **2022-10-15-08**

Sia data in  $\mathbb{C}$  l'equazione

$$z + \bar{z} - 4\operatorname{Im} z = z^2 + |z|$$

e sia  $\alpha = \sup\{|z| : z \text{ è soluzione dell'equazione}\}$ . Allora  $\alpha = \underline{\quad}$ .

9. **2022-10-15-09**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \begin{cases} 3^{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ 3 + \frac{1}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$  Stabilite per ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

$f$  è suriettiva 

Vera
Falsa

$f$  è iniettiva 

Vera
Falsa

$f$  è limitata inferiormente 

Vera
Falsa

$f$  è strettamente monotona 

Vera
Falsa

10. **2022-10-15-10**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = ||x| - 3|$ .

Sia  $A = [1, 4]$ . Allora  $\min f(A) = \overline{\quad}$  e  $\max f(A) = \overline{\quad}$ .

Sia  $E = ]1, 4]$ . Allora

$\inf f^{-1}(E) = \overline{\quad}$ . E' un minimo? 

Sì
No

$\sup f^{-1}(E) = \overline{\quad}$ . E' un massimo? 

Sì
No

11. **2022-10-15-11**

Sia  $\Lambda$  l'insieme dei valori del parametro reale  $\lambda$  per cui l'equazione

$$x^2 - |x - 1| = \lambda$$

ha due soluzioni. Allora

$\inf \Lambda = -a.bc$  con  $a = \overline{\quad}$ ,  $b = \overline{\quad}$  e  $c = \overline{\quad}$ .

12. **2022-10-15-12**

Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } -1 < x < 1 \\ \sqrt{|x|} - 1 & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Stabilite per ciascuna delle seguenti espressioni se è corretta sì o no.

$(f \circ g)(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ 

Sì
No

$(g \circ g)(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$ 

Sì
No

$(g \circ g \circ g)(x) = g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ 

Sì
No

13. **2022-10-15-13**

Si ha

(a)  $\sup_{]-1,0[} \left( \frac{2}{\pi} |\arcsin x| \right) = \overline{\quad}$ .

(b)  $\sup_{[-2, -\frac{1}{4}]} |\log_2 x^2| = \overline{\quad}$ .

(c)  $\inf_{]0,2[} (2 - \sqrt[3]{x-1}) = \overline{\quad}$ .

14. **2022-10-15-14**

Sia  $A = \{(-1)^n \cos \frac{\pi}{n} : n \in \mathbb{N}_{\geq 1}\}$ .

Stabilite per ciascuna delle seguenti quattro affermazioni se è vera o falsa.

L'insieme  $A$  è costituito solo da punti isolati.

Vera
------

Falsa
-------

$A$  ha solo un punto di accumulazione.

Vera
------

Falsa
-------

$A$  è un insieme limitato.

Vera
------

Falsa
-------

$A$  non ammette minimo.

Vera
------

Falsa
-------

15. **2022-10-15-15**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & \text{se } x < -1 \\ \frac{1}{\pi} \arccos x & \text{se } x \in [-1, 1[ \\ -\frac{1}{x} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

Stabilite per ciascuna delle seguenti quattro affermazioni se è vera o falsa.

$x = -1$  è un punto di massimo locale, ma non è un punto di massimo assoluto.

Vera
------

Falsa
-------

$x = 1$  è un punto di minimo locale per  $f$ , ma non è un punto di minimo assoluto.

Vera
Falsa

$\text{im} f = [-1, +\infty[$ .

Vera
Falsa

La funzione  $f|_{[-3, +\infty[}$  ha 2 punti di massimo globale.

Vera
Falsa

16. **2022-10-15-16**

Sia  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_{\geq 1}}$  la successione definita da

$$a_n = \frac{(1 + n^n) \sqrt[n]{2^n + \log 3^n}}{n^{n+1} \sin \frac{1}{n} + n!}.$$

Sia  $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ . Allora  $L$  è uguale a  $\overline{\quad}$ .

17. **2022-10-15-17**

Sia

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos 2(x - 1)}{(x^2 - 1)^2}.$$

Allora  $2L = \overline{\quad}$ .