

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 5 GIUGNO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate nel piano cartesiano gli insiemi $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x^2 - 2x + y^2 < 3\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x^2 + 2x + y^2 \leq 0\}$.
- ii) Rappresentate graficamente gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $B \setminus A$.
- iii) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che intersecano l'insieme A .
- iv) Determinate l'equazione delle rette verticali che intersecano l'insieme B .

- 2) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < -1 \\ ||x| - 2| & \text{se } -1 \leq x \leq 3 \\ 1 - \log_2(x - 2) & \text{se } x > 3; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} (x - 1)^3 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{(x - 2)^2} & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus]0, 2]. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Dite, motivando le risposte, se f e g sono funzioni iniettive e/o suriettive.
- iii) Individuate eventuali punti di discontinuità di f e di g (giustificando la risposta).
- iv) Rappresentate graficamente le funzioni $x \mapsto f(x - 1)$ e $x \mapsto g(x) - 1$.

3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\log(2 - |x|) - \log x^2 > 0; \quad e^{|x^2 - 1|} \leq e; \quad \frac{(\log_3 9)(\log_2 \frac{1}{4})}{\log x} \geq 0; \quad \frac{x}{|x + 1|} < 0.$$

ii) Calcolate $\sum_{n=1}^4 \frac{(-1)^n}{n^n}$.

4) Rappresentate graficamente una funzione $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ continua e derivabile soddisfacente le seguenti proprietà:

- a) la derivata f' è positiva negli intervalli $[-3, -2[$ e $]1, 2]$, e negativa o nulla altrimenti;
 - b) l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = 0$ è $y = -2$;
 - c) $f(-3) > f(2)$;
 - d) $\min_{[-3, 2]} f = -3$, $\max_{[-3, 2]} f = -1$.
-

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{e^x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di ascissa $x = \log 4$.

iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dal grafico della funzione $g(x) = -\frac{1}{e^{2x}}$, e dalle rette $x = 0$ e $x = \log 2$.

6) Quante sono i numeri di 5 cifre che potete formare con le cifre da 1 a 9 se la cifra nel centro deve essere dispari?
