

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 5 GIUGNO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti. **Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate nel piano cartesiano gli insiemi  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x^2 - 2x + y^2 < 3\}$  e  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x^2 + 2x + y^2 \leq 0\}$ .  
ii) Rappresentate graficamente gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $B \setminus A$ .  
iii) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che intersecano l'insieme  $A$ .  
iv) Determinate l'equazione delle rette verticali che intersecano l'insieme  $B$ .

- 2) Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < -1 \\ ||x| - 2| & \text{se } -1 \leq x \leq 3 \\ 1 - \log_2(x - 2) & \text{se } x > 3; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} (x - 1)^3 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{(x - 2)^2} & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus ]0, 2]. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente  $f$  e  $g$ .  
ii) Dite, motivando le risposte, se  $f$  e  $g$  sono funzioni iniettive e/o suriettive.  
iii) Individuate eventuali punti di discontinuità di  $f$  e di  $g$  (giustificando la risposta).  
iv) Rappresentate graficamente le funzioni  $x \mapsto f(x - 1)$  e  $x \mapsto g(x) - 1$ .

3) i) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$\log(2 - |x|) - \log x^2 > 0; \quad e^{|x^2 - 1|} \leq e; \quad \frac{(\log_3 9)(\log_2 \frac{1}{4})}{\log x} \geq 0; \quad \frac{x}{|x + 1|} < 0.$$

ii) Calcolate  $\sum_{n=1}^4 \frac{(-1)^n}{n^n}$ .

---

4) Rappresentate graficamente una funzione  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  continua e derivabile soddisfacente le seguenti proprietà:

- a) la derivata  $f'$  è positiva negli intervalli  $[-3, -2[$  e  $]1, 2]$ , e negativa o nulla altrimenti;
  - b) l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = 0$  è  $y = -2$ ;
  - c)  $f(-3) > f(2)$ ;
  - d)  $\min_{[-3, 2]} f = -3$ ,  $\max_{[-3, 2]} f = -1$ .
- 

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{e^x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = \log 4$ .

iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$ , dal grafico della funzione  $g(x) = -\frac{1}{e^{2x}}$ , e dalle rette  $x = 0$  e  $x = \log 2$ .

---

6) Quante sono i numeri di 5 cifre che potete formare con le cifre da 1 a 9 se la cifra nel centro deve essere dispari?

---