

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 27 GIUGNO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Scrivete la negazione delle seguenti proposizioni:

a) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{R} : 3y = x$;

b) $\forall x, y \in \mathbb{R}, (x + y)^2 \geq 0$;

c) “Tutti i biglietti del concerto di Bob Dylan a Trento sono già venduti o prenotati”.

ii) Siano $A \cap B = \{4\}$ e $A \setminus B = [3, 4[$. Determinate l'insieme A . Potete determinare anche l'insieme B ?

2) Posto $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $x \in \mathbb{R}$,

i) determinate i coefficienti a, b, c tale che $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$ e $f''(1) = 2$; rappresentate poi graficamente f ;

ii) determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico della funzione $|f(x)|$ (con f individuata in i)) e dalla retta di equazione $y = 5$.

3) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : [0, 4] \rightarrow [-1, 4]$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-1} & \text{se } x \in [0, 2] \\ \frac{3}{2}x - 2 & \text{se } x \in]2, 4]. \end{cases}$$

ii) Verificate se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass e trovate eventualmente massimo e minimo di f su $[0, 4]$.

iii) Verificate che f ammette la funzione inversa $f^{-1} : [-1, 4] \rightarrow [0, 4]$ e rappresentatela graficamente.

4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^4 + x^3 - \frac{1}{2}$. Provate che esistono un intervallo $]a, b[\subset]0, 1[$ con $b - a < \frac{1}{4}$ e $x_0 \in]a, b[$ tali che $f(x_0) = 0$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{\log x - 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = 1$.

iii) Determinate al variare di $k \in \mathbb{R}$ il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

6) Dovete programmare la preparazione degli esami da sostenere nella sessione d'esame autunnale. Se intendete fare 2 esami degli 8 esami che dovete ancora superare, quante sono le vostre possibili scelte?
