

Commenti alla lezione del 21/09/05 (2^a lezione Precorso)

Riferimento bibliografico : [1] Cap.1 Sez. 1.1 (da pag. 6 a pag. 7
lettura della pag. 8 facoltativa)

Cap.1 Sez. 1.2 (da pag. 9 a pag. 13)

escluso: formula (1.8), le leggi
di De Morgan, e la def. di parti
di un insieme)

Esempio 1. Le città di Trento e Rovereto offrono durante l'estate
alla loro cittadinanza ed ai turisti un vasto programma culturale e
di intrattenimento. Qual è la negazione della proposizione
"Ogni avvenimento culturale è stato accolto con grande interesse"?

Svolgimento : Sia $A(x)$ = "l'avvenimento culturale x è stato accolto
con grande interesse".

Allora "Ogni avvenimento culturale è stato accolto con grande interesse"
si può scrivere $[\forall x, A(x)]$. La sua negazione è
quindi

non $[\forall x, A(x)]$, ossia $[\exists x : \text{non } A(x)]$ che si esprime in
italiano nel seguente modo:

"C'è (almeno) un avvenimento culturale che non è stato accolto
con grande interesse". ■

Esempio 2. Qual è la negazione della proposizione "Ogni anno
aumentano gli studenti iscritti all'Università di Trento"?

Svolgimento : Sia $A(x)$ = "nell'anno x gli studenti iscritti all'Università
di Trento aumentano".

Allora "Ogni anno aumentano gli studenti iscritti all'Università di Trento" si può scrivere $[\forall x, A(x)]$. La sua negazione è quindi non $[\forall x, A(x)]$, ossia $[\exists x : \text{non } A(x)]$ che si esprime in italiano nel seguente modo:

"C'è (almeno) un anno in cui il numero degli studenti iscritti all'Università di Trento diminuisce o rimane invariato rispetto a quello dell'anno precedente."

Esempio 3. In una indagine sociologica gli esperti concludono i lavori con la seguente affermazione: "In tutte le città italiane oggetto dello studio sono salite la criminalità organizzata e la disoccupazione giovanile". Qual è la negazione dell'affermazione degli esperti di cui sopra?

Svolgimento: Sia $A(x)$ = "Nella città italiana x oggetto dello studio è salita la criminalità organizzata";

$B(x)$ = "Nella città italiana x oggetto dello studio è salita la disoccupazione giovanile".

Allora l'affermazione "In tutte le città italiane oggetto dello studio sono salite la criminalità organizzata e la disoccupazione giovanile" si può scrivere $[\forall x, (A(x) \text{ e } B(x))]$. La sua negazione è quindi non $[\forall x, (A(x) \text{ e } B(x))]$, ossia $[\exists x : \text{non } (A(x) \text{ e } B(x))]$, ossia $[\exists x : (\text{non } A(x)) \cdot (\text{non } B(x))]$ che si esprime in italiano nel seguente modo:

"C'è almeno una città italiana tra quelle considerate nello studio nella quale è rimasta invariata o è scesa la criminalità organizzata oppure la disoccupazione giovanile."

Esercizio 4. Scrivete la negazione delle proposizioni seguenti in modo che la negazione compaia il più internamente possibile.

$$\begin{aligned} \text{i) } \forall x, (P(x) \text{ e } Q(x)); & \quad \text{non } [\forall x, (P(x) \text{ e } Q(x))] \Leftrightarrow \\ & \quad \exists x : \text{non } (P(x) \text{ e } Q(x)) \Leftrightarrow \\ & \quad \exists x : (\text{non } P(x)) \circ (\text{non } Q(x)). \quad \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } (\forall x, P(x)) \text{ e } (\exists x : Q(x)); & \quad \text{non } [(\forall x, P(x)) \text{ e } (\exists x : Q(x))] \Leftrightarrow \\ & \quad \text{non } (\forall x, P(x)) \circ \text{non } (\exists x : Q(x)) \Leftrightarrow \\ & \quad [\exists x : \text{non } P(x)] \circ [\forall x, \text{non } Q(x)]. \quad \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \forall x \exists y : (P(x,y) \circ Q(x,y)); & \quad \text{non } [\forall x \exists y : (P(x,y) \circ Q(x,y))] \Leftrightarrow \\ & \quad \exists x : \forall y, \text{non } [P(x,y) \circ Q(x,y)] \Leftrightarrow \\ & \quad \exists x : \forall y, (\text{non } P(x,y)) \text{ e } (\text{non } Q(x,y)). \quad \blacksquare \end{aligned}$$