

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 30 OTTOBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente la parabola di equazione $y - x^2 + 2x + 2 = 0$.
ii) Determinate i punti di intersezione P e Q della parabola con la retta r di equazione $y + 2x - 2 = 0$. Calcolate la distanza tra P e Q .
iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il vertice della parabola; rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .
iv) Scrivete l'equazione della circonferenza di centro il vertice della parabola e raggio 1 e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .

- 2) Siano A, B e C gli insiemi definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x^2 - 3x \leq 4\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} < 2\} \quad C = [0, \frac{1}{2}].$$

- i) Rappresentate graficamente gli insiemi A, B e C sulla retta reale.
ii) Dite se sono insiemi limitati e se hanno massimo e/o minimo.
iii) Determinate gli insiemi $A \cap B$, $B \cup C$ e $B \setminus A$. Disegnate nel piano cartesiano xy l'insieme $A \times C$.

3) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se studio con impegno per l'esame di Analisi Matematica, allora lo supero al primo appello".

ii) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x} \geq 0$; b) $\exists x, y \in \mathbb{R} : x^2 y = \sqrt{3}$;
c) $\exists x \in \mathbb{R} : \sqrt{x} > 0$; d) $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x^2} > 0$.
-

4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\begin{array}{lll} -x^2 + 2 \leq -x; & 3x + 1 < -2x - 3; & x^3 \geq x^2 - 2x; \\ \frac{1}{x} < x - 2; & \frac{x^2}{x+1} \leq 3x - 1. & \end{array}$$

5) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ -\sqrt[3]{x} & \text{se } -1 < x < 1 \\ 2x - 3 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente la funzione f . Calcolate $f(-2)$ e $f(3)$. Dite se $(2, 0) \in G_f$ (= grafico di f).
- ii) Dite se f è iniettiva (motivando la risposta) e determinate l'immagine di f . Dite se f è suriettiva.
- iii) Disegnate i grafici delle funzioni $x \mapsto -2f(x)$ e $x \mapsto f(x) + 1$.
- iv) Dite se l'insieme $E = f([0, 1])$ ha massimo e/o minimo.
-

6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfano i seguenti sistemi di disequazioni:

- i) $\begin{cases} y \leq 2 \\ -x \leq y \leq x; \end{cases}$ ii) $\begin{cases} 4x^2 + y^2 - 4y \leq 0 \\ -x^2 + y^2 > 4; \end{cases}$ iii) $\begin{cases} xy \geq y^2 \\ x^2 + y^2 - 4 < 0. \end{cases}$
-

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 30 OTTOBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente la parabola di equazione $y + x^2 - 2x - 2 = 0$.
ii) Determinate i punti di intersezione P e Q della parabola con la retta r di equazione $y - 2x + 2 = 0$. Calcolate la distanza tra P e Q .
iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il vertice della parabola; rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .
iv) Scrivete l'equazione della circonferenza di centro il vertice della parabola e raggio 1 e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .

- 2) Siano A, B e C gli insiemi definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x^2 - 2x \leq 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} \geq 2\} \quad C =]\frac{1}{2}, +\infty[.$$

- i) Rappresentate graficamente gli insiemi A, B e C sulla retta reale.
ii) Dite se sono insiemi limitati e se hanno massimo e/o minimo.
iii) Determinate gli insiemi $A \cap B$, $B \cup C$ e $B \setminus A$. Disegnate nel piano cartesiano xy l'insieme $A \times B$.

3) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se supero l'esame di Lingua Inglese, a Natale faccio un viaggio a Londra".

ii) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^4 \geq 0$; b) $\exists x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{R}, (x+3)y = 0$;
c) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists \frac{1}{x}$; d) $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2}{x^2+1} < 1$.
-

4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\begin{array}{lll} -x^2 + 6 \leq -x; & 4x + 2 < -2x - 3; & x^3 \leq x^2 + 2x; \\ \frac{1}{x} < x + 2; & \frac{x^2}{x+1} \geq 3x - 1. & \end{array}$$

5) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ \sqrt[3]{x} & \text{se } -1 < x < 1 \\ -(x-1)^2 + 1 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente la funzione f . Calcolate $f(-2)$ e $f(3)$. Dite se $(2, 1) \in G_f$ (= grafico di f).
- ii) Dite se f è iniettiva (motivando la risposta) e determinate l'immagine di f . Dite se f è suriettiva.
- iii) Disegnate i grafici delle funzioni $x \mapsto -2f(x)$ e $x \mapsto f(x+1)$.
- iv) Dite se l'insieme $E = f([0, 1[)$ ha massimo e/o minimo.
-

6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfano i seguenti sistemi di disequazioni:

- i) $\begin{cases} x > 2 \\ -x \leq y \leq x; \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x^2 - 4x + y^2 \leq 0 \\ x^2 - y^2 > 9; \end{cases}$ iii) $\begin{cases} xy > y^2 \\ x^2 + 4y^2 - 4 \geq 0. \end{cases}$
-

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

C

1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 30 OTTOBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente la parabola di equazione $y - x^2 - 2x + 1 = 0$.
ii) Determinate i punti di intersezione P e Q della parabola con la retta r di equazione $y - 3x - 1 = 0$. Calcolate la distanza tra P e Q .
iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il vertice della parabola; rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .
iv) Scrivete l'equazione della circonferenza di centro il vertice della parabola e raggio 1 e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .

- 2) Siano A, B e C gli insiemi definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x^2 - 2x \leq 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} > 3\} \quad C = [\frac{1}{3}, +\infty[.$$

- i) Rappresentate graficamente gli insiemi A, B e C sulla retta reale.
ii) Dite se sono insiemi limitati e se hanno massimo e/o minimo.
iii) Determinate gli insiemi $A \cap B$, $B \cup C$ e $B \setminus A$. Disegnate nel piano cartesiano xy l'insieme $A \times B$.

3) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se la Segreteria Studenti è aperta domani mattina, vado a ritirare un certificato d'iscrizione".

ii) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a) $\exists x \in \mathbb{R} : \sqrt[3]{x} < 0;$

b) $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2}{x^2 + 1} < 1;$

c) $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x^2} > 0;$

d) $\exists x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{R}, (x + 3)y^2 = 0.$

4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$-x^2 + 3 \geq 2x;$$

$$2x + 2 < -2x - 3;$$

$$x^3 \leq x^2 + 3x;$$

$$\frac{1}{x} \geq x - 2;$$

$$\frac{x^2}{x + 1} \geq 3x - 1.$$

5) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ -x^2 & \text{se } -1 < x < 1 \\ \frac{1}{x} - 2 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente la funzione f . Calcolate $f(-2)$ e $f(3)$. Dite se $(1, -1) \in G_f$ (= grafico di f).

ii) Dite se f è iniettiva (motivando la risposta) e determinate l'immagine di f . Dite se f è suriettiva.

iii) Disegnate i grafici delle funzioni $x \mapsto -f(x) + 1$ e $x \mapsto f(x - 1)$.

iv) Dite se l'insieme $E = f([-1, 1[)$ ha massimo e/o minimo.

6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfano i seguenti sistemi di disequazioni:

i) $\begin{cases} x \leq 2 \\ -2x \leq y \leq x; \end{cases}$

ii) $\begin{cases} 4x^2 + y^2 - 4y > 0 \\ -x^2 + y^2 \leq 4; \end{cases}$

iii) $\begin{cases} y^2 \geq xy \\ x^2 + y^2 < 1. \end{cases}$

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

D

1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 30 OTTOBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente la parabola di equazione $y + x^2 + 2x - 2 = 0$.
ii) Determinate i punti di intersezione P e Q della parabola con la retta r di equazione $y + 3x = 0$. Calcolate la distanza tra P e Q .
iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il vertice della parabola; rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .
iv) Scrivete l'equazione della circonferenza di centro il vertice della parabola e raggio 1 e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .

- 2) Siano A, B e C gli insiemi definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x^2 - 3x \leq 4\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} \leq 3\} \quad C = [0, \frac{1}{3}].$$

- i) Rappresentate graficamente gli insiemi A, B e C sulla retta reale.
ii) Dite se sono insiemi limitati e se hanno massimo e/o minimo.
iii) Determinate gli insiemi $A \cap B$, $B \cup C$ e $B \setminus A$. Disegnate nel piano cartesiano xy l'insieme $A \times C$.

3) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se lunedì riesco a prendere il treno al mattino, nel pomeriggio studio con te in biblioteca".

ii) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 \geq 0$; b) $\exists x, y \in \mathbb{R} : x^2 y = \sqrt{2}$;
c) $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x^2} > 0$; d) $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2}{x^2 + 1} < 1$.
-

4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\begin{array}{lll} -x^2 + 6 \geq -x; & 4x + 1 < -2x - 3; & x^3 \leq 2x^2 + 3x; \\ \frac{1}{x} \geq -x + 4; & \frac{x^2}{x-1} \geq 3x - 1. & \end{array}$$

5) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ -x^3 + 1 & \text{se } -1 < x < 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente la funzione f . Calcolate $f(-2)$ e $f(3)$. Dite se $(2, 1) \in G_f$ (= grafico di f).
- ii) Dite se f è iniettiva (motivando la risposta) e determinate l'immagine di f . Dite se f è suriettiva.
- iii) Disegnate i grafici delle funzioni $x \mapsto -f(x) + 1$ e $x \mapsto f(x-1)$.
- iv) Dite se l'insieme $E = f([-1, 1])$ ha massimo e/o minimo.
-

6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfano i seguenti sistemi di disequazioni:

- i) $\begin{cases} y > -2 \\ -x \leq y \leq 3x; \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4y > 0 \\ x^2 - y^2 \leq 4; \end{cases}$ iii) $\begin{cases} y^2 \geq xy \\ 9x^2 + y^2 - 9 > 0. \end{cases}$
-