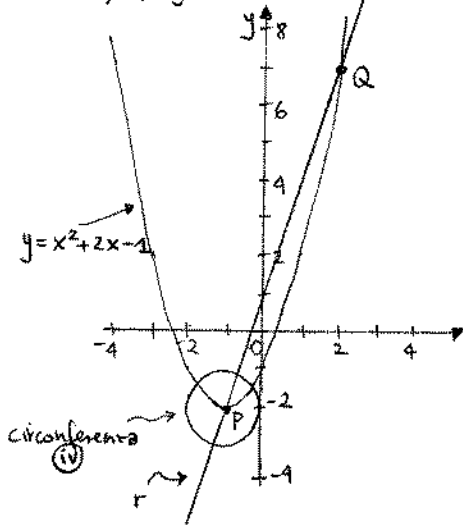


FILA (C)

1) i) $y - x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow y = x^2 + 2x - 1$ $V = (-1, -2)$ è il vertice della parabola.
 $= (x+1)^2 - 2$



Osserviamo che $y=0 \Leftrightarrow x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{2}$.

ii) Risolviamo il sistema $\begin{cases} x^2 + 2x - 1 = 3x + 1 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$

ossia $\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} P &= (-1, -2) \\ Q &= (2, 7) \end{aligned}$

Infine, la distanza tra P e Q è data da $d(P, Q) = \sqrt{(-1-2)^2 + (-2-7)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90}$
 $= 3\sqrt{10}$. □

iii) r' : ha eq. $y = -\frac{1}{3}(x - x_0) + y_0$ con $(x_0, y_0) = (-1, -2)$. Allora

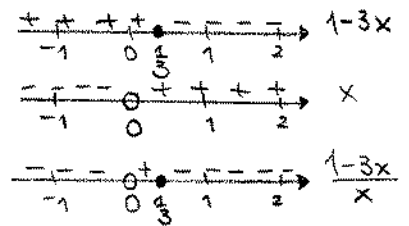
$y = -\frac{1}{3}(x+1) - 2$ diventa $\underline{y = -\frac{1}{3}x - \frac{7}{3}}$. □

iv) $\underline{(x+1)^2 + (y+2)^2 = 1}$. ■

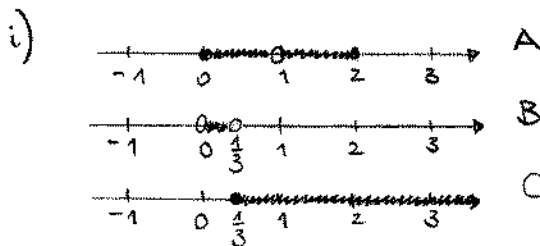
2) $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x^2 - 2x \leq 0\} = \underline{[0, 2] \setminus \{1\}}$ (vedi Es. 2 FILA (B))

$B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} > 3\}$: possiamo determinare B graficamente oppure algebric.

risolvendo $\frac{1}{x} > 3 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{x} > 0$.



Allora $\underline{B =]0, \frac{1}{3}[}$.



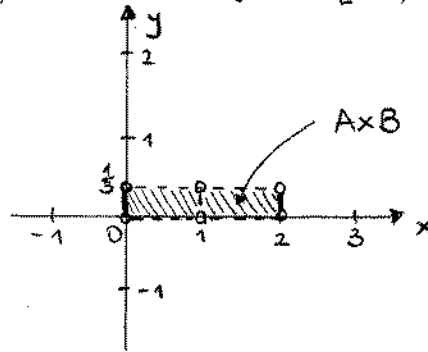
Rappresentazione grafica
degli insiemi A, B e C.

i) A è limitato; $\underline{\min A = 0}$, $\underline{\max A = 2}$; □

B è limitato; $\nexists \underline{\min B}$, $\nexists \underline{\max B}$;

C è limitato inferiormente, ma non limitato superiormente; $\underline{\min C = \frac{1}{3}}$, $\nexists \underline{\max C}$. □

iii) $A \cap B = B$, $B \cup C =]0, +\infty[$, $B \setminus A = \emptyset$.



3)i) (vedi anche 3i) FILA (A)); "La Segreteria Studenti è aperta domani mattina e non vado a ritirare un certificato d'iscrizione". □

ii) a) (V) : per esempio $\sqrt[3]{-1} = -1 < 0$.

b) (V) : ovvia.

c) (F) : per $x=0$ $\nexists \frac{1}{x^2}$.

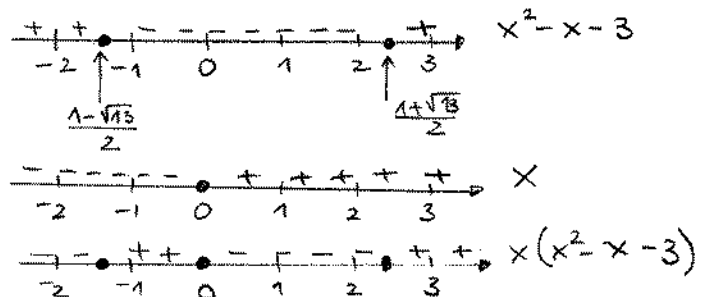
d) (V) : basta prendere $x=-3$. □

4) $-x^2 + 3 \geq 2x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0$; poiché $x^2 + 2x - 3 = 0$ ha le soluzioni $x_1 = -3$, $x_2 = 1$, nottando che l'insieme delle soluzioni è dato da $S = [-3, 1]$. □

$2x + 2 < -2x - 3 \Leftrightarrow 4x < -5 \Leftrightarrow x < -\frac{5}{4}$; quindi l'insieme delle soluzioni è dato da $S =]-\infty, -\frac{5}{4}[$. □

$x^3 \leq x^2 + 3x \Leftrightarrow x(x^2 - x - 3) \leq 0$. Notiamo che $x^2 - x - 3 = 0$

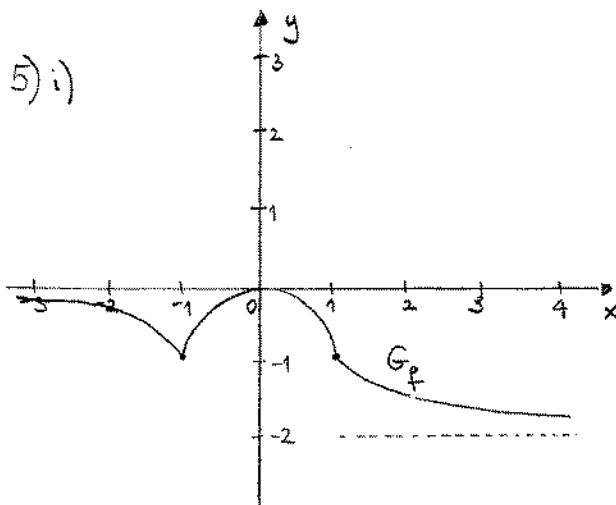
$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$. Abbiamo



$S =]-\infty, \frac{1-\sqrt{13}}{2}] \cup [0, \frac{1+\sqrt{13}}{2}]$. □

• $\frac{1}{x} \geq x-2$: (vedi anche Es. 4 Fila (A)) $S =]-\infty, 1-\sqrt{2}] \cup]0, 1+\sqrt{2}]$.

• $\frac{x^2}{x+4} \geq 3x-1$: (vedi Es. 4 Fila (A)) $S =]-\infty, \frac{-1-\sqrt{3}}{2}] \cup]-1, \frac{-1+\sqrt{3}}{2}]$.



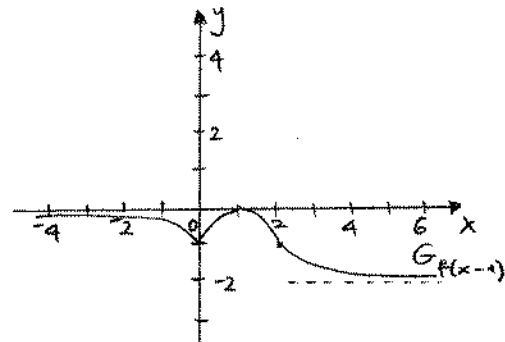
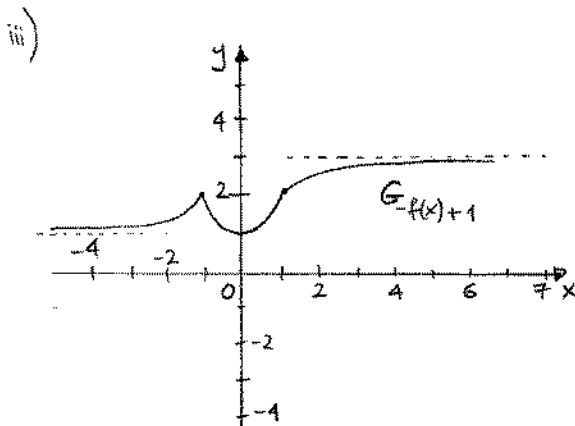
$f(-2) = -\frac{1}{(-2)^2} = -\frac{1}{4}$

$f(3) = \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3}$

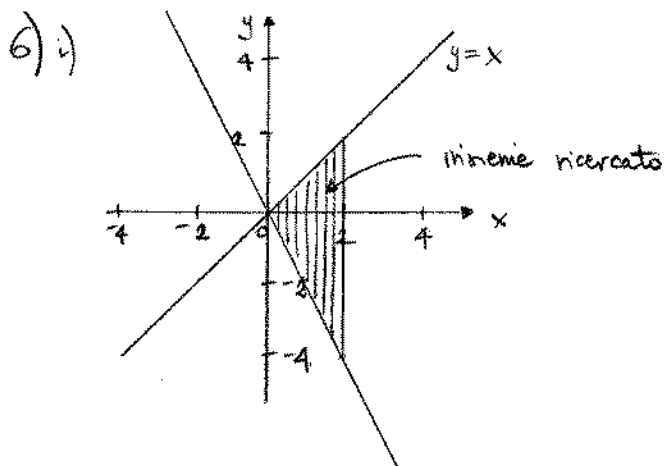
$(1, -1) \in G_f$ (1 è dom f e $f(1) = -1$).

ii) f non è iniettiva: basta prendere, per esempio, $x_1 = -1 \neq x_2 = 1$; abbiamo $f(x_1) = -1 = f(x_2)$.

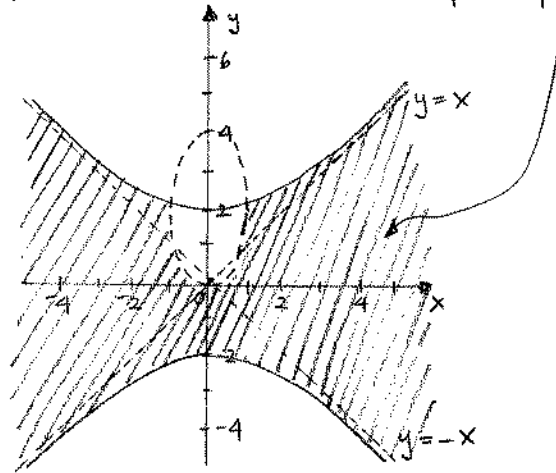
$f(\mathbb{R}) =]-2, 0] \subsetneq \mathbb{R}$; quindi f non è suriettiva.



iv) $E = f([-1, 1[) = [-1, 0]$: $\min E = -1$; $\max E = 0$.

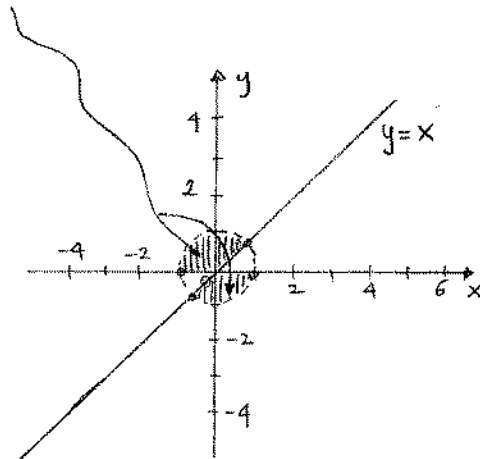


$$\text{ii) } \begin{cases} 4x^2 + y^2 - 4y > 0 \\ -x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + \left(\frac{y-2}{4}\right)^2 > 1 \\ -\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \end{cases}$$



□

$$\text{iii) } \begin{cases} y^2 \geq xy \\ x^2 + y^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(y-x) \geq 0 \\ x^2 + y^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0, y \geq x \\ x^2 + y^2 < 1 \end{cases} \text{ oppure } \begin{cases} y \leq 0, y \leq x \\ x^2 + y^2 < 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y \leq 0, y \leq x \\ x^2 + y^2 < 1 \end{cases}$$

■