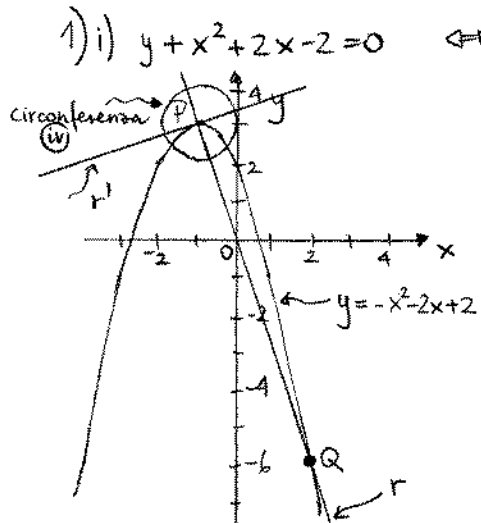


FILA (D)



$V = (-1, 3)$ è il vertice della parabola

$$= -(x^2 + 2x) + 2$$

$$= -(x+1)^2 + 3$$

Osserviamo che $y=0 \Leftrightarrow x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{3}$ $\square$

ii) Per determinare i pt. di intersezione P e Q della parabola con la retta r di eq. $y = -3x$ dobbiamo risolvere il sistema

$$\begin{cases} -x^2 - 2x + 2 = -3x \\ y = -3x \end{cases} \quad \text{Alternativo} \quad \begin{cases} -x^2 + x + 2 = 0 \\ y = -3x \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} P = (-1, 3) \\ Q = (2, -6) \end{matrix}$$

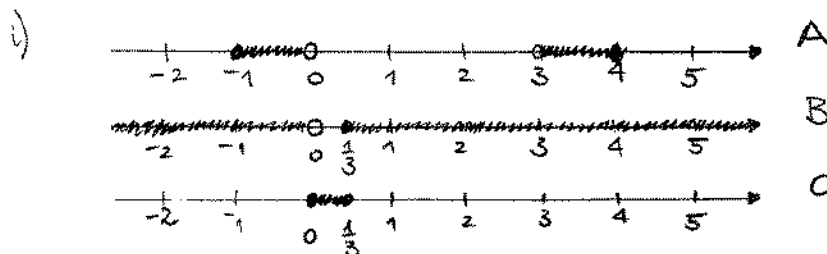
Infine, la distanza tra P e Q è data da $d(P, Q) = \sqrt{(-1-2)^2 + (3+6)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ $\square$

iii) r' : ha eq. $y = \frac{1}{3}(x - x_0) + y_0$ con $(x_0, y_0) = (-1, 3)$. Allora $y = \frac{1}{3}(x+1) + 3$ diventa $y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$. $\square$

iv) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 1$. $\blacksquare$

2) $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x^2 - 3x \leq 4\} = \underline{[-1, 0[\cup]3, 4]}$ (vedi Es. 2) Filà (A)

$B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} \leq 3\} = \underline{]-\infty, 0[\cup [\frac{1}{3}, +\infty[}$ (vedi Es. 2) Filà (C).



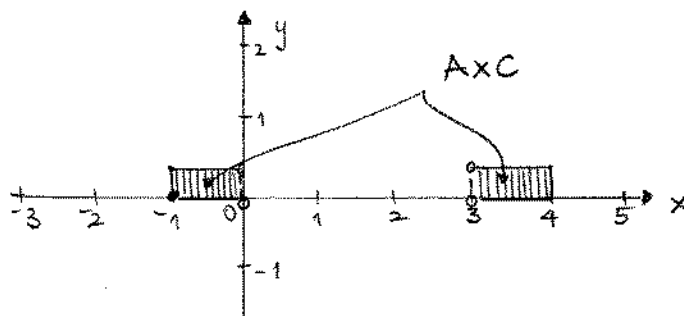
Rappresentazione grafica degli insiemi A, B e C sulla retta reale. $\square$

ii) • A è limitato ; $\min A = -1$, $\max A = 4$;

• B non è limitato inferiormente e non è limitato superiormente ;

• C è limitato ; $\min C = 0$ $\max C = \frac{1}{3}$. $\square$

iii) $A \cap B = A$, $B \cup C = \mathbb{R}$, $B \setminus A =]-\infty, -1[\cup [\frac{1}{3}, 3] \cup]4, +\infty[$.



3) i) (vedi anche Es. 3i) Fila (A): "Lunedì riesco a prendere il treno al mattino e nel pomeriggio non studio con te in biblioteca". □

ii) a) (F) : per esempio $(-1)^3 = -1 < 0$.

b) (V) : basta prendere, per esempio, $x=1, y=\sqrt{2}$.

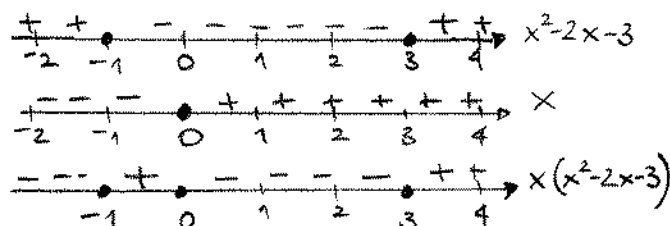
c) (F) : per $x=0$ $\nexists \frac{1}{x^2}$.

d) (V) : ovvio. □

4) $-x^6 + 6 \geq -x$: $S = [-2, 3]$ (vedi Es. 4) Fila (B). □

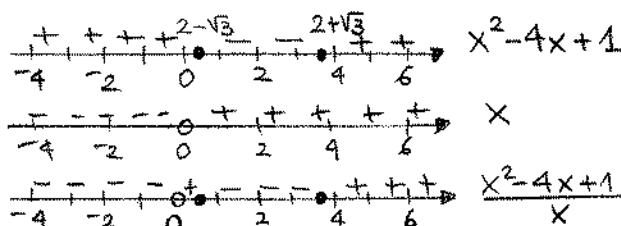
• $4x+1 < -2x-3$: $6x < -4 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}$. L'insieme delle soluzioni è dato da $S =]-\infty, -\frac{2}{3}[$ □

• $x^3 \leq 2x^2 + 3x$: $x(x^2 - 2x - 3) = x(x-3)(x+1) \leq 0$



L'insieme delle soluzioni è dato da $S =]-\infty, -1] \cup [0, 3]$. □

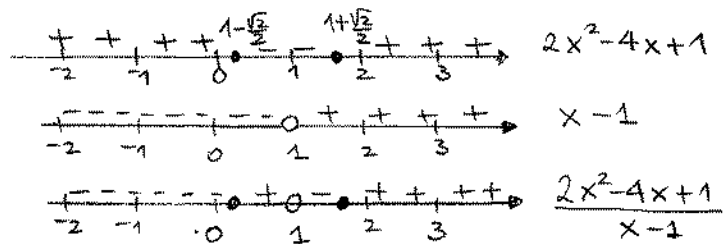
• $\frac{1}{x} \geq -x+4$: $\frac{1+x^2-4x}{x} \geq 0$ □



$S =]0, 2-\sqrt{3}] \cup [2+\sqrt{3}, +\infty[$. □

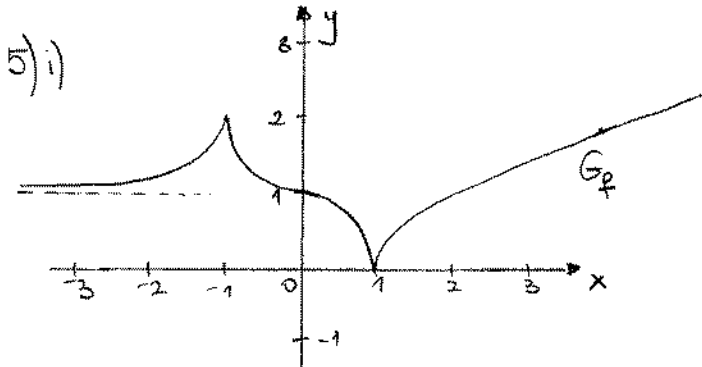
$$\bullet \frac{x^2}{x-1} \geq 3x-1 \quad : \quad \frac{x^2 - (3x-1)(x-1)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x^2 + 4x - 1}{x-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 4x + 1}{x-1} \leq 0$$



L'insieme delle soluzioni è dato da

$$S =]-\infty, 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}] \cup]1, 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}]$$



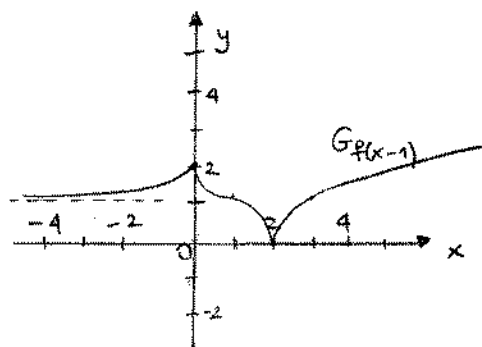
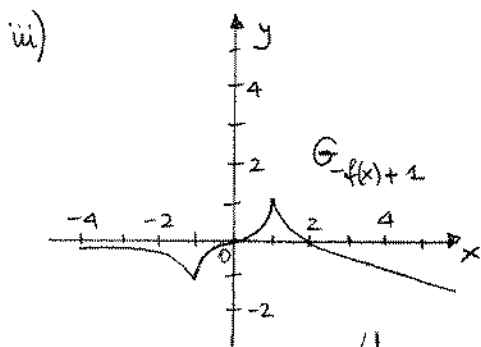
$$f(-2) = \frac{1}{(-2)^2} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$f(3) = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$$

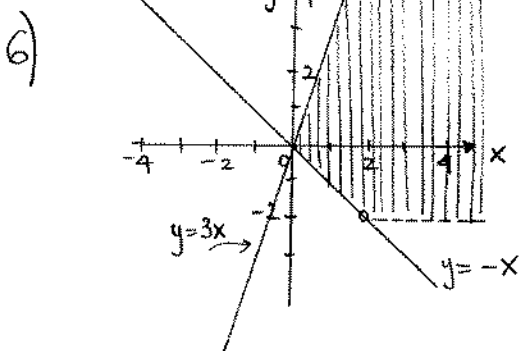
$$(2, 1) \in G_f \quad (2 \in \text{dom } f, f(2)=1)$$

ii) f non è iniettiva: basta prendere, per esempio, $x_1 = 0 \neq x_2 = 2$;
abbiamo $f(0) = 1 = f(2)$.

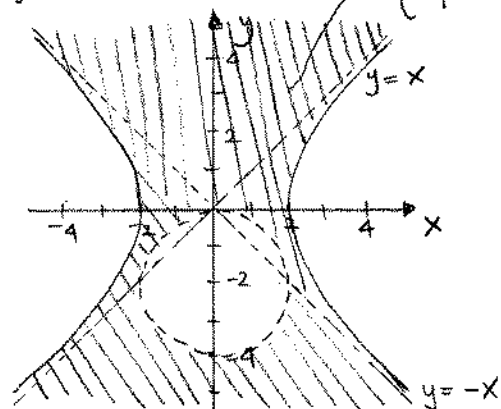
$f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[\subsetneq \mathbb{R}$; quindi f non è suriettiva.



iv) $E = f([-1, 1[) =]0, 2]$; $\nexists \min E$, $\max E = 2$.



$$\text{ii)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 4y > 0 \\ x^2 - y^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y+2)^2 > 4 \\ \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} \leq 1 \end{cases}$$



$$\text{iii)} \begin{cases} y^2 \geq xy \\ x^2 + y^2 - 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(y-x) \geq 0 \\ x^2 + \frac{y^2}{9} > 1 \end{cases}$$

