COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 23 NOVEMBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Siano $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ e $g:]-1,+\infty[\to\mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x)=2|x|-1 \qquad\qquad g(x)=\log_2(x+1)\,.$$

i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f e g.
ii) Scrivete, nei rispettivi insieme di definizione , le funzioni composte $g\circ f$ e $f\circ g$. Rappresentate graficamente la funzione $f\circ g$.

2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f:[-3,4]\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\begin{cases} x^2+4x+3 & \text{se } -3\le x\le -1\\ -2|x|+2 & \text{se } -1<x<1\\ \log_2 x & \text{se } 1\le x\le 4\,.\end{cases}$$

ii) Rappresentate sulla retta reale il segno della funzione f.
iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f.
iv) Dite (motivando la risposta) se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass.
v) Determinate, se esistono, il massimo (risp. i punti di massimo) e il minimo (risp. i punti di minimo) di f su $]-1,4]$.
vi) Rappresentate graficamente la funzione $x\mapsto|1-f(x)|$.

3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $2|x-3| = 4$; $\qquad |x^2 - 2x| \le 2$; $\qquad |3x - 4| > 1$;

ii) $4|x-3| + x \ge 2$; $\qquad 2^{x^2+2} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{3x}$; $\qquad \log(1-x) \le 1$;

iii) $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}|x| \ge \log_{\frac{1}{2}} 2$; $\qquad \left(\dfrac{\log_2 4 + \log_2 \frac{1}{2}}{\log_3 1 - \log_{\frac{1}{4}} 64}\right)x = x^2$.

---

4) i) Determinate gli $x \in \mathbb{R}$ tali che $\log_2 x < \dfrac{1}{2}$.

ii) Provate, usando il teorema degli zeri sull'intervallo $[0,1]$, che l'equazione $\log_2(x+1) = -2x+1$ ha una soluzione (essa è unica! Perchè?). Determinate mediante il metodo della bisezione un intervallo $]a,b[\subset [0,1]$ con $b - a \le \dfrac{1}{4}$ che contiene tale soluzione.

---

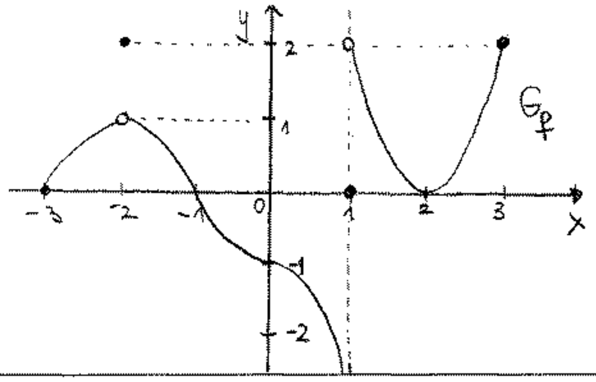
5) Sia $f : [-3,3] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se f è una funzione limitata.

ii) Calcolate $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$.

iii) Determinate eventuali punti di discontinuità della f.

iv) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.



---

6) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x^2 - 4}; \qquad \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{1 + \log x}; \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{e^x + 1}{4 + \frac{1}{x}}; \qquad \lim_{x \to +\infty} \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 4\right).$$

COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	B
MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋	1 2 3 4 5 6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 23 NOVEMBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Siano $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ e $g:[1,+\infty[\to\mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x)=|x|-2 \qquad\qquad g(x)=-\sqrt{x-1}\,.$$

i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f e g.
ii) Scrivete, nei rispettivi insieme di definizione , le funzioni composte $g\circ f$ e $f\circ g$. Rappresentate graficamente la funzione $f\circ g$.

2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f:[-3,3]\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}\right)^x & \text{se } -3\le x<-1\\ 3|x|-1 & \text{se } -1\le x<1\\ x^2-4x+5 & \text{se } 1\le x\le 3\,.\end{cases}$$

ii) Rappresentate sulla retta reale il segno della funzione f.
iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f.
iv) Dite (motivando la risposta) se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass.
v) Determinate, se esistono, il massimo (risp. i punti di massimo) e il minimo (risp. i punti di minimo) di f su $[-1,2]$.
vi) Rappresentate graficamente la funzione $x\mapsto|1-f(x)|$.

3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $2|x-2| = 8$; $\quad |x^2 - x| > 1$; $\quad |4x-2| \leq 3$;

ii) $4|x-1| + x < 2$; $\quad 3^{x^2-2} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$; $\quad \log(1+3x) < 1$;

iii) $\log(x-2) - \log|x| \leq \log 3$; $\quad \left(\dfrac{\log_2 1 + \log_{1/2} 8}{\log_3 9 + \log_3 \frac{1}{3}}\right) x^2 = x$.

---

4) i) Determinate gli $x \in \mathbb{R}$ tali che $\sqrt{x} > x$.

ii) Provate, usando il teorema degli zeri sull'intervallo $[0,1]$, che l'equazione $\sqrt{x} = -3x+1$ ha una soluzione (essa è unica! Perchè?). Determinate mediante il metodo della bisezione un intervallo $]a,b[\subset [0,1]$ con $b-a \leq \dfrac{1}{4}$ che contiene tale soluzione.

---

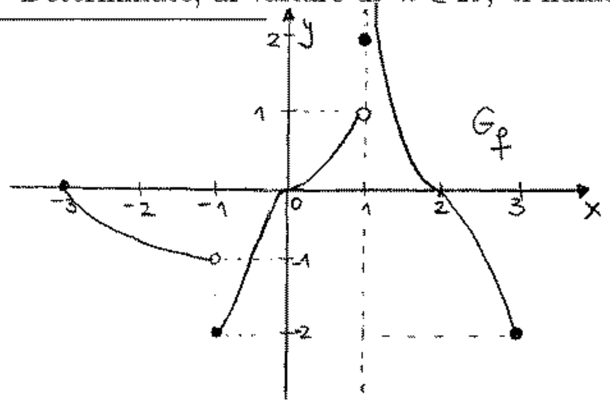
5) Sia $f : [-3,3] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se f è una funzione limitata.

ii) Calcolate $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

iii) Determinate eventuali punti di discontinuità della f.

iv) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.



---

6) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{1}{x^2-4}; \qquad \lim_{x\to 1^+} \frac{\log x + 1}{4+x^2}; \qquad \lim_{x\to -\infty} \frac{\frac{1}{x^2}+3}{e^x - 1}; \qquad \lim_{x\to +\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} x + \frac{1}{x^2} + 4\right).$$

COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA ⌊⌊⌊⌊⌊⌊⌋

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 23 NOVEMBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = -|x-1| + 1 \qquad\qquad g(x) = \frac{1}{x^2}\,.$$

i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f e g.
ii) Scrivete, nei rispettivi insieme di definizione , le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$. Rappresentate graficamente la funzione $f \circ g$.

2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : [-2, 5] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } -2 \le x < 0 \\ x^2 - 2x - 1 & \text{se } 0 \le x < 2 \\ |x-3| - 2 & \text{se } 2 \le x \le 5\,. \end{cases}$$

ii) Rappresentate sulla retta reale il segno della funzione f.
iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f.
iv) Dite (motivando la risposta) se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass.
v) Determinate, se esistono, il massimo (risp. i punti di massimo) e il minimo (risp. i punti di minimo) di f su $[0, 4]$.
vi) Rappresentate graficamente la funzione $x \mapsto |1 + f(x)|$.

3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $3|x+2| = 6$; $\quad |x^2 - 3x| \geq 4$; $\quad |3x - 2| \leq 1$;

ii) $2|x-2| + 3x > 1$; $\quad e^{x^2+2x} > \left(\frac{1}{e}\right)^{-3x+6}$; $\quad \log(1+2x) < 1$;

iii) $\log_2(x-3) - \log_2|x| \leq \log_2 4$; $\quad x^2\left(\frac{\log_{\frac{1}{3}} 3 - \log_3 3}{\log_2 8 + \log_3 27}\right) - 2x = 0$.

---

4) i) Determinate gli $x \in \mathbb{R}$ tali che $\sqrt{x} > x$.

ii) Provate, usando il teorema degli zeri sull'intervallo $[0,1]$, che l'equazione $-\sqrt{x} = 2x - \frac{3}{4}$ ha una soluzione (essa è unica! Perchè?). Determinate mediante il metodo della bisezione un intervallo $]a,b[\subset [0,1]$ con $b - a \leq \frac{1}{4}$ che contiene tale soluzione.

---

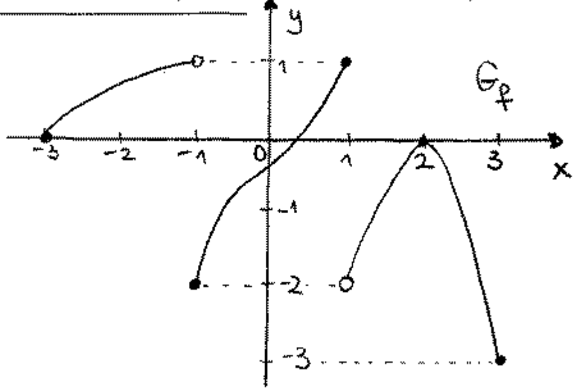
5) Sia $f : [-3,3] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se f è una funzione limitata.

ii) Calcolate $\lim_{x\to -1^-} f(x)$, $\lim_{x\to -1^+} f(x)$, $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ e $\lim_{x\to 1^+} f(x)$.

iii) Determinate eventuali punti di discontinuità della f.

iv) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.



---

6) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{e^x - 1}; \quad \lim_{x\to 1^-} \frac{\log x + 2}{3+x}; \quad \lim_{x\to +\infty} \frac{\frac{1}{x^2} + 3}{e^x - 1}; \quad \lim_{x\to -\infty} \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^2} + 7\right).$$

COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 23 NOVEMBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = 2 - |x| \qquad\qquad g(x) = \log_3(x-1)\,.$$

i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f e g.
ii) Scrivete, nei rispettivi insieme di definizione , le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$. Rappresentate graficamente la funzione $f \circ g$.

2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : [-4, 3] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x + 10 & \text{se } -4 \le x < -2 \\ 2|x| - 2 & \text{se } -2 \le x \le 1 \\ -\log_3 x & \text{se } 1 < x \le 3\,. \end{cases}$$

ii) Rappresentate sulla retta reale il segno della funzione f.
iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f.
iv) Dite (motivando la risposta) se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass.
v) Determinate, se esistono, il massimo (risp. i punti di massimo) e il minimo (risp. i punti di minimo) di f su $]-4, 0]$.
vi) Rappresentate graficamente la funzione $x \mapsto |1 - f(x)|$.

3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $4|x-1| = 2$; $\quad |x^2-4x| \leq 1$; $\quad |3x+4| > 1$;

ii) $3|x+1| - 2x \leq 1$; $\quad 2^{x^2-2x} \leq (\frac{1}{2})^{4x-1}$; $\quad \log(1-3x) \leq 1$;

iii) $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}}|x| \geq \log_{\frac{1}{3}} 3$; $\quad x^2 - (\frac{\log_2 8 - \log_{\frac{1}{3}} 27}{\log_2 2 + \log_4 1})x = 0$.

---

4) i) Determinate gli $x \in \mathbb{R}$ tali che $\log_2 x < 1$.

ii) Provate, usando il teorema degli zeri sull'intervallo $[0,1]$, che l'equazione $\log_2(x+1) = -4x+2$ ha una soluzione (essa è unica! Perchè?). Determinate mediante il metodo della bisezione un intervallo $]a,b[\subset [0,1]$ con $b - a \leq \frac{1}{4}$ che contiene tale soluzione.

---

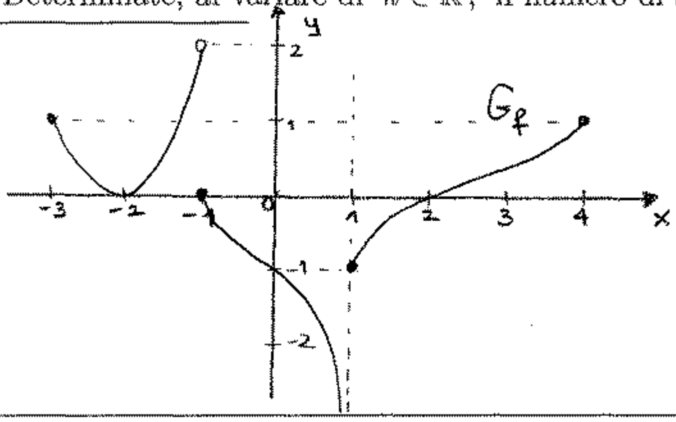
5) Sia $f : [-3,4] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se f è una funzione limitata.

ii) Calcolate $\lim_{x\to -1^-} f(x)$, $\lim_{x\to -1^+} f(x)$, $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ e $\lim_{x\to 1^+} f(x)$.

iii) Determinate eventuali punti di discontinuità della f.

iv) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.



---

6) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{1-e^x}$; $\quad \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{1+\log x}$; $\quad \lim_{x\to -\infty} \frac{2^x - 1}{2 + \frac{1}{x^3}}$; $\quad \lim_{x\to +\infty} (-|x| + \frac{1}{x^2} + 6)$.