

COGNOME _____

NON SCRIVERE QUI

NOME _____

A

MATRICOLA | | | | | | |

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 21 GENNAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti. Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete la negazione delle seguenti affermazioni (portando la negazione il più internamente possibile):

a) $\forall x, y \in \mathbb{N}, \exists M \in \mathbb{R} : x + y < M$;

b) "Almeno uno studente iscritto al primo anno del CdL in STPCA dell'Università di Trento non ha superato con le prove in itinere l'esame di Analisi Matematica o l'esame di Basi Neurali della Cognizione."

ii) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - 3x^2 - 2x > 2x\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{\frac{x+1}{x}} \geq 1\}$

a) rappresentate graficamente A e B sulla retta reale;

b) determinate $A \cup B$ e $A \cap B$.

- 2) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme dei punti (x, y) soddisfacenti i seguenti sistemi di disequazioni:

a) $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 4x + y^2 + 3 > 0; \end{cases}$

b) $\begin{cases} y \geq 0 \\ \frac{x^2}{4} - 4y^2 \geq 1. \end{cases}$

- 3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\log_2\left(\frac{x-1}{x^2+1}\right) < 0; \quad \left|\frac{x}{x+1}\right| > 1; \quad e^{|2x+2|}e^{-x^2} \leq \frac{1}{e}.$$

- ii) Calcolate

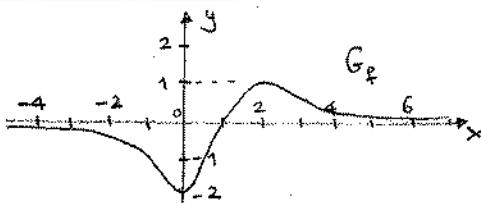
$$\int_{-1}^1 \left(e^{-3x} + \frac{2x}{x^2+1}\right) dx; \quad \sum_{n=2}^5 \int_0^1 x^{\frac{1}{n}} dx.$$

- 4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Rappresentate il grafico qualitativo delle funzioni $g(x) = \log(f(x))$ e $h(x) = e^{f(x)}$ nei rispettivi insiemi di definizione.

ii) Dite se f, g ed h sono funzioni limitate (motivando la risposta).

iii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo di f, g ed h nei loro rispettivi insiemi di definizione.



- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{4x+1}{\sqrt{x}}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di ascissa $x = 1$ e rappresentatela nello stesso sistema riferimento della f .

iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalle rette di equazioni $y = 4$ ed $x = 1$.

- 6) Potendo scegliere tra 16 Primi Piatti e 22 Secondi Piatti, in quanti modi diversi una cuoca di una mensa scolastica può stilare il menù per tutta una settimana, se i bambini mangiano a scuola a pranzo dal lunedì al venerdì? Durante la settimana un piatto non si ripete mai due volte.

COGNOME _____

NON SCRIVERE QUI

NOME _____

B

MATRICOLA | | | | | | |

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 21 GENNAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
 Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete la negazione delle seguenti affermazioni (portando la negazione il più internamente possibile):

- a) $\exists x, y \in \mathbb{N} : \forall M \in \mathbb{R}, x + y > M$;
 b) "Tutti gli studenti iscritti al primo anno del CdL in STPCA dell'Università di Trento hanno superato con le prove in itinere l'esame di Analisi Matematica o l'esame di Basi Neurali della Cognizione."
 ii) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x^2 - 2x \leq 4x\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{\frac{x+2}{x}} > 2\}$
 a) rappresentate graficamente A e B sulla retta reale;
 b) determinate $A \cup B$, $A \cap B$ e $A \setminus B$.

- 2) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\left| \frac{x}{x-2} \right| \geq 1; \quad \log_2 \left(\frac{x-2}{x^2+4} \right) < 0; \quad e^{|x+1|} e^{-x^2} < 1.$$

- ii) Calcolate

$$\int_{-1}^1 \left(2xe^{x^2} + \frac{x}{x^2+2} \right) dx; \quad \sum_{n=2}^6 \int_1^2 x^{-\frac{1}{n}} dx.$$

- 3) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme dei punti (x, y) soddisfacenti i seguenti sistemi di disequazioni:

a) $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 4x + y^2 \leq 0; \end{cases}$

b) $\begin{cases} y \leq 0 \\ 4x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1. \end{cases}$

- 4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

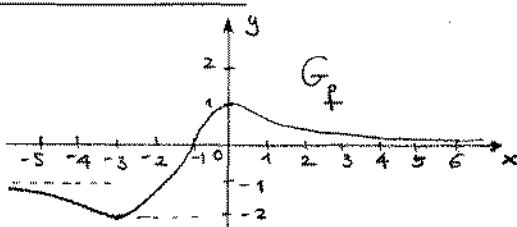
$$f(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x}}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di ascissa $x = 4$ e rappresentatela nello stesso sistema riferimento della f .
 iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta di equazione $x = 1$.

- 5) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

- i) Rappresentate il grafico qualitativo delle funzioni $g(x) = \log(f(x))$ e $h(x) = e^{f(x)}$ nei rispettivi insiemi di definizione.
 ii) Dite se f, g ed h sono funzioni limitate.
 iii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo di f, g ed h nei loro rispettivi insiemi di definizione.



- 6) Potendo scegliere tra 15 Primi Piatti e 27 Secondi Piatti, in quanti modi diversi una cuoca di una mensa scolastica può stilare il menù per tutta una settimana, se i bambini mangiano a scuola a pranzo dal lunedì al sabato? Durante la settimana un piatto non si ripete mai due volte.