

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 8 FEBBRAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Determinate l'equazione della retta r passante per i punti $P = (-1, -3)$ e $Q = (-2, -2)$.
ii) Determinate l'equazione della parabola con asse di simmetria verticale passante per i punti P , Q e $R = (0, -2)$.
iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il vertice della parabola.
iv) Rappresentate nello stesso sistema di riferimento la parabola e le rette r e r' .
v) Scrivete l'equazione della circonferenza di centro il vertice della parabola e passante per l'origine.

- 2) i) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni

$$g(x) = \log_2(x-1), \quad h(x) = \frac{1}{(x-2)^2}.$$

- ii) Dite se le funzioni g e/o h sono funzioni iniettive (nel loro insieme di definizione).
iii) Determinate l'immagine di g e di h .
iv) Determinate graficamente il numero delle soluzioni dell'equazione $|g(x)| = h(x)$.

- 3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni e/o equazioni:

$$\log_3(x^2 + 1)^2 - \log_3(x^2 - 9) \geq \log_3(x^2 + 1); \quad |e^{x^2} - e^{-x}| = 0;$$

$$|2x + 1| + x^2 + 2x \geq 1; \quad \frac{1}{|x + 1| - 2} > 0.$$

- ii) Determinate $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ tale che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^n e^{-x^2}$ abbia un punto critico in $x = 1$.

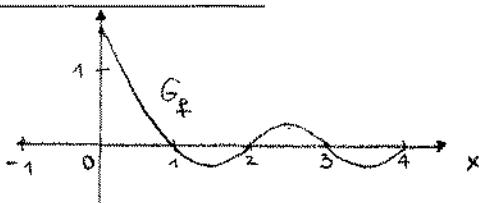
a) Verificate che per tale f si ha $f(x) \leq x^2$ per ogni $x \geq 0$.

b) Verificate che per tale f vale $\int_0^1 f(x) dx \leq \frac{1}{3}$.

- 4) Sia $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura, e sia $F : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale definita da $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

i) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della F .

ii) Determinate gli eventuali punti di massimo e/o di minimo di F .



- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+x-2)}{x^3}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di ascissa $x = -2$ e rappresentatela nello stesso sistema di riferimento della f .

iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta di equazione $x = -4$.

- 6) Sia $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 2x - 15 \leq 0\}$. Dite quanti elementi appartengono all'insieme $(A \times A) \setminus \{(x, y) : x = y\}$.
-

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 8 FEBBRAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni

$$g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1), \quad h(x) = \frac{1}{(x + 1)^2}.$$

- ii) Dite se le funzioni g e/o h sono funzioni iniettive (nel loro insieme di definizione).
 iii) Determinate l'immagine di g e di h .
 iv) Determinate graficamente il numero delle soluzioni dell'equazione $|g(x)| = h(x)$.

- 2) i) Determinate l'equazione della retta r passante per i punti $P = (1, -3)$ e $Q = (2, -2)$.
 ii) Determinate l'equazione della parabola con asse di simmetria verticale passante per i punti P , Q e $R = (0, -2)$.
 iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il vertice della parabola.
 iv) Rappresentate nello stesso sistema di riferimento la parabola e le rette r e r' .
 v) Scrivete l'equazione della circonferenza di centro il vertice della parabola e passante per l'origine.

- 3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni e/o equazioni:

$$\log_2(x^2 + 1)^2 - \log_2(x^2 - 4) > \log_2(x^2 + 1); \quad |e^{2x} - e^{-x^2}| = 0;$$

$$|1-x| + x^2 - x \geq 1; \quad \frac{1}{|x+3|-2} < 0.$$

- ii) Determinate $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ tale che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^n e^{-x^3}$ abbia un punto critico in $x = 1$.

a) Verificate che per tale f si ha $f(x) \leq x^3$ per ogni $x \geq 0$.

b) Verificate che per tale f vale $\int_0^1 f(x) dx \leq \frac{1}{4}$.

- 4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{(x+1)(x^2-x-2)}{x^3}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

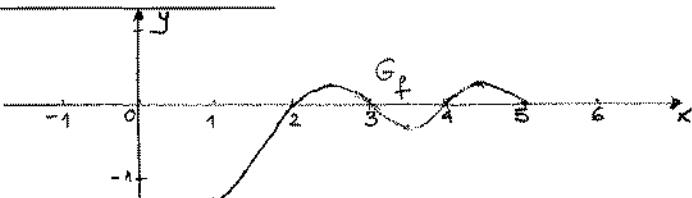
- ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di ascissa $x = 2$ e rappresentatela nello stesso sistema di riferimento della f .

- iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta di equazione $x = 4$.
-

- 5) Sia $f : [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura, e sia $F : [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale definita da $F(x) = \int_1^x f(t) dt$.

i) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della F .

ii) Determinate gli eventuali punti di massimo e/o di minimo di F .



- 6) Sia $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 5x - 14 \leq 0\}$. Dite quanti elementi appartengono all'insieme $(A \times A) \setminus \{(x, y) : x = y\}$.
-