

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 7 GENNAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Determinate i punti d'intersezione della circonferenza d'equazione $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 4 = 0$ con la retta r di equazione $y - 2x - 2 = 0$. Rappresentate graficamente la circonferenza e la retta r .
ii) Determinate la distanza di tali punti.
iii) Detto P il punto d'intersezione avente ascissa negativa, determinate l'equazione della retta r' passante per P e perpendicolare alla retta r . Rappresentate graficamente r' .
iv) Determinate l'area della regione piana delimitata da r' e dalla parabola di equazione $y - 2x^2 - 4x - 1 = 0$.

- 2) i) Rappresentate nel piano cartesiano gli insiemi $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4(x - 1)^2 + (y - 3)^2 \leq 4\}$.
ii) Rappresentate graficamente gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $A \setminus B$.
iii) Negate le seguenti affermazioni:
 - a) $\forall (x, y) \in A, y \geq x^2$;
 - b) $\exists (x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \in A$ e $(x, y) \in B$.

3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$|x+2| - x^2 \leq 0; \quad \log_2(|x|-1) \leq 2; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x} > 2^{-3x}.$$

ii) Siano $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \frac{x}{x+2}$. Determinate le funzioni $(f+g)(x)$, $(\frac{f}{g})(x)$, $(g \circ f)(x)$ e $(f \circ g)(x)$ e i loro rispettivi insiemi di definizione.

iii) Calcolate: $\int_0^1 (x^4 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x+1}) dx$; $\int_0^1 (2x+1)^4 dx$.

4) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \log(e+x) & \text{se } x > -e \\ |1 - |x+e|| & \text{se } x \leq -e. \end{cases}$$

ii) Studiate la continuità di f .

iii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e/o punti di minimo locale di f .

iv) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $|f(x)| = k$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x^2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(0, 1)$, e rappresentatela nello stesso sistema riferimento della f .

iii) Calcolate $\int_{-3}^{-2} x e^{-x} f(x) dx$.

iv) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (e gli eventuali punti di massimo e/o di minimo) di f su $[-3, -2]$.

6) L'amministrazione comunale di un quartiere nuovo nell'hinterland milanese deve assegnare il nome a otto vie potendo scegliere da una rosa di 24 proposte. Quanti sono i modi diversi in cui può avvenire l'assegnazione?
