

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 7 GENNAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

- 1) i) Determinate i punti d'intersezione della circonferenza d'equazione  $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 4 = 0$  con la retta  $r$  di equazione  $y - 2x - 2 = 0$ . Rappresentate graficamente la circonferenza e la retta  $r$ .  
ii) Determinate la distanza di tali punti.  
iii) Detto  $P$  il punto d'intersezione avente ascissa negativa, determinate l'equazione della retta  $r'$  passante per  $P$  e perpendicolare alla retta  $r$ . Rappresentate graficamente  $r'$ .  
iv) Determinate l'area della regione piana delimitata da  $r'$  e dalla parabola di equazione  $y - 2x^2 - 4x - 1 = 0$ .

- 2) i) Rappresentate nel piano cartesiano gli insiemi  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\}$  e  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4(x - 1)^2 + (y - 3)^2 \leq 4\}$ .  
ii) Rappresentate graficamente gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .  
iii) Negate le seguenti affermazioni:  
a)  $\forall (x, y) \in A, y \geq x^2$ ;  
b)  $\exists (x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \in A \text{ e } (x, y) \in B$ .

3) i) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$|x+2| - x^2 \leq 0; \quad \log_2(|x|-1) \leq 2; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x} > 2^{-3x}.$$

ii) Siano  $f: [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g: \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $g(x) = \frac{x}{x+2}$ . Determinate le funzioni  $(f+g)(x)$ ,  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ,  $(g \circ f)(x)$  e  $(f \circ g)(x)$  e i loro rispettivi insiemi di definizione.

iii) Calcolate:  $\int_0^1 \left(x^4 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x+1}\right) dx; \quad \int_0^1 (2x+1)^4 dx.$

---

4) i) Rappresentate graficamente la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \log(e+x) & \text{se } x > -e \\ |1 - |x+e|| & \text{se } x \leq -e. \end{cases}$$

ii) Studiate la continuità di  $f$ .

iii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e/o punti di minimo locale di  $f$ .

iv) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $|f(x)| = k$ .

---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x^2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto  $(0,1)$ , e rappresentatela nello stesso sistema riferimento della  $f$ .

iii) Calcolate  $\int_{-3}^{-2} x e^{-x} f(x) dx.$

iv) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (e gli eventuali punti di massimo e/o di minimo) di  $f$  su  $[-3, -2]$ .

---

6) L'amministrazione comunale di un quartiere nuovo nell'hinterland milanese deve assegnare il nome a otto vie potendo scegliere da una rosa di 24 proposte. Quanti sono i modi diversi in cui può avvenire l'assegnazione?

---