

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 7 GENNAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $|x - 2| - x^2 \leq 0$; $|\sqrt[3]{x} - 1| > 1$;

ii) $\log_2(x^2 - 3) \leq \log_2|x|$; $\log_{\frac{1}{4}}x = x - 1$;

iii) $4^{x-x^2} = 2^{-2x}$; $\frac{1}{\log x^2} > 0$.

2) i) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \cdots + \frac{9}{82}.$$

ii) Calcolate $\sum_{n=1}^6 \int_{1/(n+1)}^{1/n} \frac{1}{x^2} dx$.

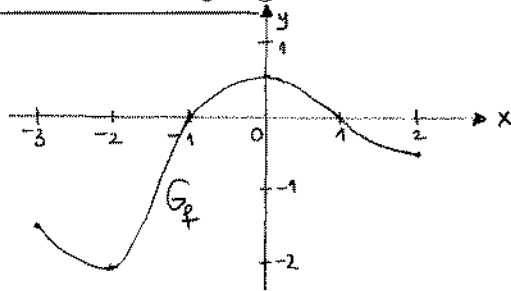
iii) Calcolate $\int_0^1 (e^{-3x} + \sqrt[4]{x}) dx$; $\int_{-1}^0 (2x + 1)^8 dx$.

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici delle funzioni $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da $f(x) = \sqrt{|x|}$ e $g(x) = 3|x| - 2$.

3) Sia $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Determinate gli eventuali punti di massimo (risp. di minimo) della funzione integrale F di f su $[-3, 2]$.

ii) Individuate il più grande intervallo $[a, b] \subset [-3, 2]$ in cui F risulta convessa.



4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x^2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(0, 1)$, e rappresentatela nello stesso sistema riferimento della f .

iii) Calcolate $\int_3^4 x e^{-x} f(x) dx$.

iv) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (e gli eventuali punti di massimo e/o di minimo) di f su $[3, 4]$.

5) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte).

i) Sia $f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Allora f ammette massimo e minimo.

ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = 0$ e $f(x) < 0$ per ogni $x \neq 0$. Allora $x = 0$ è un punto di massimo.

iii) Sia $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(x) \leq x^3$ per ogni $x \in [-2, 1]$. Allora $\int_{-2}^1 f(x) dx < 0$.

6) L'amministrazione comunale di un quartiere nuovo nell'hinterland milanese deve assegnare il nome a sei vie potendo scegliere da una rosa di 18 proposte. Quanti sono i modi diversi in cui può avvenire l'assegnazione?