

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 7 GENNAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni e/o disequazioni:

- $|x - 2| - x^2 \leq 0;$        $|\sqrt[3]{x} - 1| > 1;$
- $\log_2(x^2 - 3) \leq \log_2|x|;$        $\log_{\frac{1}{4}}x = x - 1;$
- $4^{x-x^2} = 2^{-2x};$        $\frac{1}{\log x^2} > 0.$

- 2) i) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione

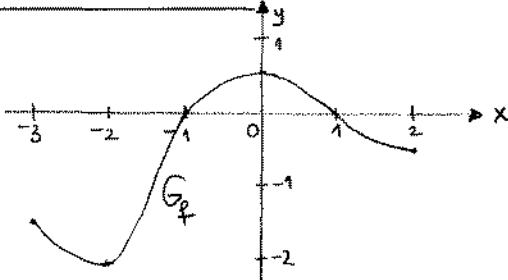
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \cdots + \frac{9}{82}.$$

ii) Calcolate  $\sum_{n=1}^6 \int_{1/(n+1)}^{1/n} \frac{1}{x^2} dx.$

iii) Calcolate  $\int_0^1 (e^{-3x} + \sqrt[4]{x}) dx;$        $\int_{-1}^0 (2x+1)^8 dx.$

- iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici delle funzioni  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definite da  $f(x) = \sqrt{|x|}$  e  $g(x) = 3|x| - 2.$

- 3) Sia  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.
- Determinate gli eventuali punti di massimo (risp. di minimo) della funzione integrale  $F$  di  $f$  su  $[-3, 2]$ .
  - Individuate il più grande intervallo  $[a, b] \subset [-3, 2]$  in cui  $F$  risulta convessa.



- 4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x^2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto  $(0, 1)$ , e rappresentatela nello stesso sistema riferimento della  $f$ .
- Calcolate  $\int_3^4 xe^{-x} f(x) dx$ .
- Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (e gli eventuali punti di massimo e/o di minimo) di  $f$  su  $[3, 4]$ .

- 5) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte).

- Sia  $f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione. Allora  $f$  ammette massimo e minimo.
- Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua tale che  $f(0) = 0$  e  $f(x) < 0$  per ogni  $x \neq 0$ . Allora  $x = 0$  è un punto di massimo.
- Sia  $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua tale che  $f(x) \leq x^3$  per ogni  $x \in [-2, 1]$ . Allora  $\int_{-2}^1 f(x) dx < 0$ .

- 6) L'amministrazione comunale di un quartiere nuovo nell'hinterland milanese deve assegnare il nome a sei vie potendo scegliere da una rosa di 18 proposte. Quanti sono i modi diversi in cui può avvenire l'assegnazione?