

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA             

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE  
CDL DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 7 GENNAIO 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Determinate i punti d'intersezione della circonferenza d'equazione  $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 4 = 0$  con la retta  $r$  di equazione  $y + 2x - 2 = 0$ . Rappresentate graficamente la circonferenza e la retta  $r$ .  
ii) Determinate la distanza di tali punti.  
iii) Detto  $P$  il punto d'intersezione avente ascissa positiva, determinate l'equazione della retta  $r'$  passante per  $P$  e perpendicolare alla retta  $r$ . Rappresentate graficamente  $r'$ .  
iv) Determinate l'area della regione piana delimitata da  $r'$  e dalla parabola di equazione  $y - 2x^2 + 4x - 1 = 0$ .
- 2) i) Rappresentate nel piano cartesiano gli insiemi  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\}$  e  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + (y + 2)^2 \leq 4\}$ .  
ii) Rappresentate graficamente gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .  
iii) Negate le seguenti affermazioni:  
a)  $\forall (x, y) \in B, y \leq 0$ ;  
b)  $\exists (x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \in A \text{ o } (x, y) \in B$ .

- 3) i) Rappresentate graficamente la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \log(e+x) & \text{se } x > -e \\ |1 - |x + e|| & \text{se } x \leq -e. \end{cases}$$

- ii) Studiate la continuità di  $f$ .  
 iii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e/o punti di minimo locale di  $f$ .  
 iv) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $|f(x)| = k$ .
- 

- 4) i) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$|x+3| - 2x^2 \leq 0; \quad \log_2(|x|-2) \leq 3; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} < 2^{-4x}.$$

- ii) Siano  $f : [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $g(x) = \frac{x}{x-1}$ . Determinate le funzioni  $(f+g)(x)$ ,  $(\frac{f}{g})(x)$ ,  $(g \circ f)(x)$  e  $(f \circ g)(x)$  e i loro rispettivi insiemi di definizione.

- iii) Calcolate:  $\int_0^1 (2x^3 + \sqrt[4]{x} + \frac{1}{x+2}) dx$ ;  $\int_0^1 (3x+1)^5 dx$ .
- 

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto  $(0, -1)$ , e rappresentatela nello stesso sistema riferimento della  $f$ .

- iii) Calcolate  $\int_2^3 2xe^{-x} f(x) dx$ .

- iv) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (e gli eventuali punti di massimo e/o di minimo) di  $f$  su  $[2, 3]$ .
- 

- 6) L'amministrazione comunale di un quartiere nuovo nell'hinterland milanese deve assegnare il nome a sette vie potendo scegliere da una rosa di 25 proposte. Quanti sono i modi diversi in cui può avvenire l'assegnazione?
-