Cognome ______________________

Nome ______________________

Matricola

Non scrivere qui

1	2	3	4	5

Università di Trento — Facoltà di Scienze Cognitive

CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva Applicata

Verifica settimanale di Analisi Matematica

A.A. 2007-2008 — Rovereto, 12 - 16 Novembre 2007

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Dite per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$(\sqrt[4]{x})^4 = x\,; \qquad \sqrt[5]{x^5} = x\,; \qquad \sqrt{x^2} = |x|\,; \qquad 2^{\log_2(x-1)} = x-1\,; \qquad \log_3(3^{x+1}) = x+1\,.$$

ii) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni o disequazioni:

a) $2^{x^2} \cdot 2^{-3x} \leq 2^{2x}$; $\qquad \left(\frac{1}{3}\right)^{|x-1|} \cdot 3^x \geq 1\,;$

b) $\log(1+2x^2) - \log x^2 \geq \log 3\,;$

c) $\log_{\frac{1}{2}}(|x|+1) + \log_{\frac{1}{2}} 4 \geq \log_{\frac{1}{2}} 2 - \log_{\frac{1}{2}}(2x)$;

d) $e^{2x} = e e^{x^2-4}\,;$ $\qquad \log(2x) = \log(x^2-3)\,.$

---

2) i) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni:

$$|2^x - 2| - 1\,; \qquad |1 - \log_2(x+1)|\,; \qquad ||x+2| - 1|\,; \qquad \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{3}} 3.$$

ii) Determinate $\log_{1/3} \frac{1}{9}\,, \log_{1/3} \frac{1}{3}\,, \log_{1/3} 1\,, \log_{1/3} 3\,, \log_{1/3} 9$ e rappresentate tali valori sul grafico di $f(x) = \log_{1/3} x\,.$

iii) Determinate $\log_3 \frac{1}{9}\,, \log_3 \frac{1}{3}\,, \log_3 1\,, \log_3 3\,, \log_3 9$ e rappresentate tali valori sul grafico di $f(x) = \log_3 x\,.$

---

3) Provate, usando il teorema degli zeri sull'intervallo $[0,1]$, che l'equazione $e^x = -2x + \dfrac{3}{2}$ ha una soluzione (essa è unica! Perchè?). Determinate un intervallo $]a,b[\subset [0,1]$ con $b - a \leq \dfrac{1}{4}$ che contiene tale soluzione.

---

4) i) Rappresentate graficamente le funzioni $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} |x+1| & \text{se } x < 0 \\ 2^{-x} & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \dfrac{1}{2} + \log_2 x & \text{se } x \geq 1\,; \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x} & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ 1 + \log_{1/2} x & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

ii) Dite se esse soddisfano le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-2, 2]$.

iii) Determinate il massimo e il minimo di f e g su $[-2, 2]$. Indicate anche i punti di massimo e i punti di minimo.

iv) Determinate $f([-1, 2[)$ e $g(\mathbb{R})$.

---

5) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} & \text{se } x < -1 \\ 1 & \text{se } x = -1 \\ -x^2 + 1 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ \log_2(x-1) & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

ii) Determinate $\lim_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim_{x \to -1^-} f(x)$, $\lim_{x \to -1^+} f(x)$, $\lim_{x \to 1^-} f(x)$, $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ e $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

iii) Verificate se $\lim_{x \to -1^+} f(x) = f(-1)$ e $\lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1)$,

---