COGNOME ____________________	NON SCRIVERE QUI
NOME ____________________	1 2 3 4 5
MATRICOLA ________	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2007-2008 — ROVERETO, 19 - 23 NOVEMBRE 2007

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x\to 2}(1+4x^3)$; $\quad \lim_{x\to 2^+}[(x+1)^2-\sqrt{x+1}]$; $\quad \lim_{x\to -1^-}\dfrac{1}{|x|-1}$; $\quad \lim_{x\to -1^+}\dfrac{1}{|x|-1}$;

ii) $\lim_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x^2+2x}$; $\quad \lim_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^2+2x}$; $\quad \lim_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2+x^3}$; $\quad \lim_{x\to 0}\dfrac{1}{x+x^2}$;

iii) $\lim_{x\to 2^-}\dfrac{1}{\sqrt{x+2}-2}$; $\quad \lim_{x\to 2^+}\dfrac{1}{\sqrt{x+2}-2}$; $\quad \lim_{x\to 1^-}\dfrac{1}{\log x}$; $\quad \lim_{x\to 1^+}\dfrac{1}{\log x}$;

iv) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{1}{3^x-1}$; $\quad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{1}{3^{-x}-1}$; $\quad \lim_{x\to 0^-}\dfrac{1}{3^x-1}$; $\quad \lim_{x\to 0^+}\dfrac{1}{3^x-1}$.

2) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x\to -\infty}\dfrac{3-x}{2+2x}$; $\quad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{3-x}{2+2x}$; $\quad \lim_{x\to -\infty}\dfrac{x-x^3}{x^2+1}$; $\quad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{x-x^3}{x^2+1}$;

ii) $\lim_{x\to -\infty}\dfrac{x-x^3}{x^3+1}$; $\quad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{x^2-x}{x+x^4}$; $\quad \lim_{x\to -1^-}\dfrac{1}{x^3+1}$; $\quad \lim_{x\to -1^+}\dfrac{1}{x^3+1}$;

iii) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{x^2+2^x}{3x^4+2^{x-1}}$; $\quad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{x^2+2^7}{2^x+1}$; $\quad \lim_{x\to -\infty}\dfrac{x^2+2^7}{2^x+1}$; $\quad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{\log(1+x+x^3)}{4x}$;

iv) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{\log(1+x^2)}{e^{-x}}$; $\quad \lim_{x\to -\infty}e^x\log(1+x^2)$; $\quad \lim_{x\to 0}\dfrac{\log(1+3x)}{4x}$; $\quad \lim_{x\to 0^+}\dfrac{\log(2+3x)}{e^{\log(2x)}}$.

3) i) Determinate eventuali punti di discontinuità delle seguenti funzioni e rappresentateli graficamente:

$$f(x)=\begin{cases}-x^2+1 & \text{se } |x|\le 1\\ 2|x|-2 & \text{se } |x|>1;\end{cases} \qquad g(x)=\begin{cases}e^x & \text{se } x<0\\ -x^2+2x+2 & \text{se } 0\le x\le 2\\ 1-\log_2(x-1) & \text{se } x>2.\end{cases}$$

ii) Determinate $(f+g)(-3)$, $(fg)(\frac{1}{2})$ e $(\frac{f}{g})(2)$. Calcolate $\lim_{x\to -\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ e $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{g(x)}{f(x)}$.

4) Determinate gli eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) delle seguenti funzioni $f:\mathbb{R}\setminus\{-2\}\to\mathbb{R}$ e $g:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$ definite da

$$f(x)=\frac{x^2}{x+2}; \qquad g(x)=\begin{cases} -\log|x| & \text{se } 0<|x|\le 1 \\ -\dfrac{1}{x^2}+1 & \text{se } |x|>1\,. \end{cases}$$

---

5) Deducete dal grafico di f (vedi figura sotto)

i) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-3^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-3^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$;

ii) il segno della f e rappresentatelo sulla retta reale;

iii) gli intervalli di monotonia di f;

iv) i punti di discontinuità della f;

v) il massimo e il minimo di f su $[-1,3]$ (con i rispettivi punti di massimo e punti di minimo).