1 19 dicembre (equazioni differenziali)

Hint:
per equazioni a variabili separabili $\big(y'(x) = h(x)g(y)\big)$, *valutare l'esistenza di soluzioni costanti e poi calcolare gli opportuni integrali*
per equazioni del primo ordine $\big(y' = a(x)y + b(x)\big)$, *risolvere l'equazione omogenea associata e poi aggiungere una soluzione particolare*

$$y_c(x) = e^{A(x)}\left[c + \int b(x)e^{-A(x)}\ \mathrm{d}x\right] \qquad \textit{dove} \qquad A(x) = \int a(x)\ \mathrm{d}x$$

Esercizio (variabili separabili)
Risolvere il seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = \frac{x}{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$

Esercizio (variabili separabili)
Trovare l'integrale generale di $(x^2+1)y'+y^2 = 0$. Dopo, risolvere il problema di Cauchy associato con $y(0) = 1$

Esercizio (variabili separabili)
Trovare l'integrale generale di $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}}y$

Esercizio (variabili separabili)
Trovare l'integrale generale di $y' = xy^2$ e disegnare il suo grafico approssimativo.
Inoltre risolvere i problemi di Cauchy $\begin{cases} y' = xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ e $\begin{cases} y' = xy^2 \\ y(0) = -1 \end{cases}$

Esercizio (eq. diff. del 1° ordine)
Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y' - y = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

Esercizio (eq. diff. del 1° ordine)

Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \sin(x)y + \sin(2x) \\ y(0) = -2 \end{cases}$

Esercizio (variabili separabili)

Risolvere, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^2 x \ln(x^2) \\ y(1) = \lambda \end{cases}$ (nel determinare il dominio della soluzione, limitarsi a un grafico qualitativo)

Esercizio (eq. diff. del 1° ordine)

Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \ln(1 + x^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$