

Esercitazioni Analisi 1 Fisica, 2022/2023

1 Lunedì 19/09

Esercizio 1

Scrivere la negazione delle seguenti proposizioni e stabilire se siano vere o false.

1. $\forall n \in \mathbb{N}, \exists m \in \mathbb{N} : n \cdot m = 1$
2. $\exists n \in \mathbb{N} : \forall m \in \mathbb{N} : n \cdot m = m$
3. $\forall x, y \in \mathbb{Q} \text{ con } x < y, \exists z \in \mathbb{Q} : x < z < y$

Esercizio 2

Dati

- $A = \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}_{>0} \right\}$
- $B = [0, 1[$
- $C = \mathbb{Q}$
- $D = \{n \in \mathbb{N} : 0 \leq n \leq 2\}$

scrivere i seguenti insiemi:

1. $A \cap B$
2. $A \cap C$

3. $A \cap B \cap C$
4. B^C
5. $A \setminus B$
6. $D \setminus (A \cup B)$
7. $B \cap D$
8. $\mathcal{P}(D)$

(*Promemoria*: se l'insieme A ha cardinalità n , allora $\mathcal{P}(A)$ ha cardinalità 2^n)

Esercizio 3

Disegnare i seguenti sottinsiemi di \mathbb{R}^2 :

1. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 1\}$
2. $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$
3. $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1\}$
4. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 3x^2\}$

Inoltre, provare a disegnare $(A \cup B) \cap C$ e $A \setminus D$.

Esercizio 4 (ripasso su traslazione, dilatazione e riflessione)

Data una funzione reale $f: [x_1, x_2] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, valutare qualitativamente, rispetto al grafico di $f(x)$, il grafico di:

1. $f(x) + a$ con $a \in \mathbb{R}$
2. $f(x + a)$ con $a \in \mathbb{R}$
3. $a \cdot f(x)$ nei casi $0 < a < 1$ e $a > 1$
4. riflessione rispetto all'asse x (grafico di $-f(x)$) e il caso generale $a \cdot f(x)$ con a negativo

5. $f(a \cdot x)$ con $a \in (\mathbb{R} \setminus 0)$

6. $|f(x)|$ e $f(|x|)$