

Esercitazione 19/9

Esercizio 1

Dati i sottoinsiemi di $\mathbb{R}$:

- $A = \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \neq 0 \right\}$
- $B = [0, 1)$
- $C = \mathbb{Q}$
- $D = \left\{ 0, \frac{1}{2}, 1 \right\}$

Determinare $A \cap B$, $A \cap C$, $A \cup B$, B^c , $A \setminus B$, $A \Delta D$, $P(D)$.

Esercizio 2

Rappresentare in $\mathbb{R}^2$ seguenti insiemi.

- $A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 1 \}$
- $B = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1 \}$
- $C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1 \}$
- $D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 2x^2 \}$

Esercizio 3

Formalizzare e negare la seguente proprietà:

"Esiste un numero naturale n tale che per ogni numero naturale z si ha che se z è diverso da n , allora z è minore di n ".

Verificare se tale proprietà è vera o falsa.

Esercizio 4

Data una proprietà $P(x)$, formalizzare il fatto che esiste un unico x che realizza P .

Esercizio 5

Negare e stabilire la veridicità della proprietà:

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : (y > x \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N} : nx > y)$$

Trasformazioni di grafici

- Traslazioni verticali e orizzontali
- Dilatazioni verticali e orizzontali
- Grafici di $|f(x)|$ e $f(|x|)$

Esercizio 6

Rappresentare il grafico della funzione $f(x) = \log(|x-3|)$, dopo averne determinato il dominio.

Esercizio 7

Rappresentare il grafico di $f_\alpha(x) = x^\alpha$, dopo averne determinato il dominio, con $\alpha \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \cup \{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}, n > 0\}$.

Discutere iniettività e suriettività di f_α .

Esercizio 8

Dimostrare che $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

non è iniettiva.