

1 14 novembre

Esercizio 30

Usando il teorema di de l'Hopital, calcola i seguenti limiti:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos^3(x) - 1}{\ln(1+2x) \cosh(x^3)}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\ln(x+1))}{\ln(x)}$$

Esercizio 31

Calcola il polinomio di Taylor (con resto di Peano) di:

$$1. \ln(x), \text{ sviluppando fino all'ordine 3 in } x_0 = 2$$

$$2. \sin(\tan(x)) + \ln(1 + \arctan(x)), \text{ sviluppando fino all'ordine 3 in } x_0 = 0$$

Esercizio 31

Calcola i seguenti limiti usando Taylor:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(x) - \frac{3}{2}x^2}{x^4}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - \ln(1-x)}{\tan(x) - x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin^2(\sqrt{x}) - \sin^2(x)}{x^2}$$

Esercizio 32

Dimostra che $\sin(\frac{1}{n}) > \frac{1}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}_{>0}$

Hint: scrivi $\sin(\frac{1}{n})$ usando il polinomio di Taylor del terzo ordine con resto di Lagrange

Esercizio 33

Calcola \sqrt{e} con 4 cifre decimali di precisione.

Hint: scrivi \sqrt{e} usando il polinomio di Taylor con resto di Lagrange e stabilisce da quale n il resto contribuisce solo alla quinta cifra decimale

Esercizio 34

Stabilisci per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{2+\alpha}{1-\alpha} \right)^n$$

converge ed, eventualmente, calcolane il valore.

Esercizio 35

Stabilisci il carattere delle seguenti serie e, se possibile, calcolane il valore

$$1. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)!}$$

$$2. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

Hint: provare a riscrivere le serie come serie telescopiche