

1 14 novembre

Esercizio 30

Usando il teorema di de l'Hopital, calcola i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos^3(x) - 1}{\ln(1+2x) \cosh(x^3)}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\ln(x+1))}{\ln(x)}$

Esercizio 31

Calcola il polinomio di Taylor (con resto di Peano) di:

1. $\ln(x)$, sviluppando fino all'ordine 3 in $x_0 = 2$
2. $\sin(\tan(x)) + \ln(1 + \arctan(x))$, sviluppando fino all'ordine 3 in $x_0 = 0$

Esercizio 31

Calcola i seguenti limiti usando Taylor:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(x) - \frac{3}{2}x^2}{x^4}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - \ln(1-x)}{\tan(x) - x}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin^2(\sqrt{x}) - \sin^2(x)}{x^2}$

Esercizio 32

Dimostra che $\sin(\frac{1}{n}) > \frac{1}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}_{>0}$

Hint: scrivi $\sin(\frac{1}{n})$ usando il polinomio di Taylor del terzo ordine con resto di Lagrange

Esercizio 33

Calcola \sqrt{e} con 4 cifre decimali di precisione.

Hint: scrivi \sqrt{e} usando il polinomio di Taylor con resto di Lagrange e stabilisce da quale n il resto contribuisce solo alla quinta cifra decimale

Esercizio 34

Stabilisci per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{2+\alpha}{1-\alpha} \right)^n$$

converge ed, eventualmente, calcolane il valore.

Esercizio 35

Stabilisci il carattere delle seguenti serie e, se possibile, calcolane il valore

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)!}$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

Hint: provare a riscrivere le serie come serie telescopiche